МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Нововоронежский политехнический институт –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(НВПИ НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДЕН:

Педагогическим советом

«17» марта 2023г., протокол № 550

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

«ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ. НАЧАЛА АНАЛИЗА»

Направление подготовки: 14.03.01. Ядерная энергетика и теплофизика

Наименование образовательной программы: Эксплуатация, техническое обслуживание и ремонт оборудования АЭС

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Нововоронеж 2023 г.

1. Паспорт
фонда оценочных средств

1.1.Модели контролируемых компетенций:

Оценочные средства для контроля по дисциплине направлены на проверку знаний и умений студентов, являющихся основой формирования у обучающихся следующих компетенции:

ОПК-1 Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа имоделирования, теоретического и экспериментального исследования

ОПК-1 Знать базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования

ОПК-1 Уметь выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физикоматематический аппарат

ОПК-1 Владеть математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общефизических законов и принципов

УКЕ-1 Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах

УКЕ-1 знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

УКЕ-1 уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи

УКЕ-1 владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программнымипродуктами

ПК-1 Способен к участию в разработке методов прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик

ПК-1 Знать методы прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих

в конкретных технических системах на основе существующих методик

ПК-1 Уметь разрабатывать методы прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик

ПК-1 Владеть методами прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик. Взаимодействия излучения с объектами живой и неживой природы, экологический мониторинг окружающей среды, обеспечение безопасности ядерных материалов, объектов и установок атомной промышленности и энергетики.

1.2. Программа оценивания контролируемой компетенции:

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства		
			текущий контроль успеваемости *(неделя, форма)*	аттестация раздела *(неделя, форма)*	Промежуточная аттестация
1	Линейная и векторная алгебра.	ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1	3КР	5КР	УО по билетам
2	Аналитическая геометрия.	ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1	9КР	10ИДЗ	УО по билетам
3	Введение в математический анализ.	ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1	12Т	13КР	УО по билетам
4	Дифференциальное исчисление функций одной переменной.	ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1	14 Т	17КР	УО по билетам

КР – контрольная работа; Т – тест; ИДЗ – индивидуальное домашнее задание; УО – устный опрос.

1.3. Основные показатели оценивания компетенций:

Соотнесение формируемых компетенций со знаниями, умениями и навыками приведено в следующей таблице:

Индекс компетенции	Проектируемые результаты освоения дисциплины «Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Начала анализа» и индикаторы формирования компетенций			Средства и технологии оценки
	Знания (З)	Умения (У)	Навыки (В)	
ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1	З 1, З2,	У1,У-2	В1	ИДЗ, Т, КР,УО по билетам

Основные показатели оценивания знаний, умений и навыков, необходимых для формирования компетенций, представлены в таблице:

Результаты обучения (освоенные умения, усво-	**Основные показатели оценки результатов**	**Формируемые компетенции**

енные знания)		
З1 - определения, теоремы и инструменты всех разделов линейной алгебры, аналитической геометрии, начал анализа;	Определения матриц, выполнение операций над матрицами. Определения определителей, вычисление определителей, миноров, алгебраических дополнений, обратной матрицы. Определение линейного пространства, линейной зависимости и независимости векторов, размерности пространства. Евклидово пространство, определение скалярного произведения, векторного произведения, смешанного произведения. Уравнение поверхности тел. Определения кривых второго порядка, вывод уравнений кривых второго порядка. Уравнение плоскости по заданным элементам. Уравнение прямой в пространстве и на плоскости по заданным элементам. Определение множества, операций над множествами. Функция, ее свойства. Определение числовой последовательности, сходимость последовательности, свойства последовательностей. Предел последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Существование предела у монотонной последовательности. Ограниченность последовательности, имеющей предел. Предел функции. Единственность предела. Бесконечно малые функции. Теоремы о пределах. Композиция (суперпозиция) функций. Теоремы о предельном переходе в неравенствах. Сравнение бесконечно малых.Обратные функции. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Теоремы о непрерывных функциях. Производная, ее свойства. Производная сложной функции, обратной, заданной параметрически, не явно. Связь между непрерывностью функции и существованием производной. Геометрический, механический смысл производной. Логарифмическое дифференцирование. Определение дифференциала.	ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1
З2 - основные методы линейной алгебры, аналитической геометрии, начал анализа.	Нахождение обратных матриц. Методы решения систем линейных уравнений. Доказательство линейной зависимости и независимости линейных векторов, базиса линейного пространства. Разложение вектора по базисным. Вычисление углов, площадей поверхности и объемов тел. Вычисление углов между векторами, прямыми, прямой и плоскостью, плоскостями. Запись уравнений плоскости и прямой по заданным элементам. Вычисление пределов последовательности и функции. Вычисление производных по определению, производной элементарных функций, по правилам вычисления производных, логарифмическим дифференцированием, производной сложной функции, обратной, заданной неявно, параметрически. Нахождение подмножеств, объединений и пересечений множеств. Построение графиков функций, ее свойства. Вычисление предела последовательности. Вычисление предела функции, в том числе с помощью замечательных пределов,	ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1

	правила Лопиталя. Доказательство непрерывности функции, определение точек разрыва и их классификация. Вычисление производной с помощью определения и таблицы. Находить производную сложной функции, обратной, заданной параметрически, не явно. Записывать уравнение касательной, нормали, находить скорость, ускорение. Применять понятие дифференциала к приближенным вычислениям.	
У1- решать типовые математические задачи	Находить обратные матрицы. Решать системы линейных уравнений. Доказывать линейную зависимость и независимость линейных векторов, находить базис линейного пространства. Раскладывать вектор по базисным. Вычислять углы, площади поверхности и объемы тел. Вычислятье углы между векторами, прямыми, прямой и плоскостью, плоскостями. Записывать уравнения плоскости и прямой по заданным элементам. Находить подмножества, объединений и пересечений множеств. Строить графиков функций. Вычислять пределы последовательности и функции, в том числе с помощью замечательных пределов, правила Лопиталя. Вычислять производные по определению, производные элементарных функций, по правилам вычисления производных, логарифмическому дифференцированию, производную сложной функции, обратной, заданной неявно, параметрически. Доказательство непрерывности функции, определение точек разрыва и их классификация. Записывать уравнение касательной, нормали, находить скорость, ускорение. Применять понятие дифференциала к приближенным вычислениям.	ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1
У2 - самостоятельно использовать математический аппарат, содержащийся в литературе по прикладным наукам, расширять свои математические познания.	Уметь решать математические задачи из числа общеинженерных и специальных дисциплин	ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1
В1 - первичными навыками и основными методами решения математических задач из общеинженерных и спе-	Владеть методами решения всех выше перечисленных типовых задач при решении математических задач из общеинженерных и специальных дисциплин	ОПК-1 УКЕ-1 ПК-1

циальных дисциплин		

2. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
для оценки знаний, умений, навыков по дисциплине

Типовые контрольные задания представлены в соответствии с перечнем оценочных средств по дисциплине в следующей структуре:

- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций;
- сами оценочные средства ;
- критерии и шкалы оценивания.

2.1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ

Педагогический анализ уровня знаний студентов первого курса, полученных на базе среднего общего образования, проводится по единым тестам НИИ мониторинга качества образования через интернет-портал http://diag.i-exam.ru/ по следующей обобщенной структуре измерительных материалов:

№ п/п	Наименование темы	Перечень учебных элементов
1	Степени и корни	***знать:*** понятие корня n-ой степени ***уметь:*** выполнять тождественные преобразования с корнями и находить их значение
2	Тождественные преобразования алгебраических выражений	***знать:*** правила выполнения тождественных преобразований рациональных выражений, разложение квадратного трехчлена на линейные множители ***уметь:*** раскладывать квадратный трехчлен на линейные множители, выполнять тождественные преобразования рациональных выражений
3	Преобразования тригонометрических выражений	***знать:*** формулы приведения, значения тригонометрических функций основных углов ***уметь:*** выполнять простейшие преобразования тригонометрических выражений
4	Тождественные преобразования логарифмических выражений	***знать:*** понятие логарифма, свойства логарифмов ***уметь:*** выполнять тождественные преобразования логарифмических выражений, применять свойства логарифмов
5	Задачи из практической деятельности и повседневной жизни	***знать:*** способы представления данных, полученных из практических задач ***уметь:*** использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни
6	Текстовая задача	***знать:*** методы решения текстовых задач ***уметь:*** строить и исследовать простейшие

		математические модели
7	Уравнения с переменной под знаком модуля	***знать:*** методы решения уравнений с переменной под знаком модуля ***уметь:*** решать простейшие уравнения с переменной под знаком модуля
8	Иррациональные уравнения	***знать:*** приемы решения иррациональных уравнений ***уметь:*** решать иррациональные уравнения
9	Логарифмические уравнения	***знать:*** методы решения логарифмических уравнений ***уметь:*** решать простейшие логарифмические уравнения
10	Тригонометрические уравнения	***знать:*** общие формулы решения простейших тригонометрических уравнений ***уметь:*** решать простейшие тригонометрические уравнения
11	Системы линейных уравнений	***знать:*** методы решения систем линейных уравнений ***уметь:*** решать системы линейных уравнений с двумя неизвестными
12	Квадратные неравенства	***знать:*** приемы решения неравенств второй степени ***уметь:*** решать неравенства второй степени
13	Показательные неравенства	***знать:*** способы решения показательных и логарифмических неравенств ***уметь:*** решать показательные и логарифмические неравенства
14	Область определения функции	***знать:*** определения элементарных функций ***уметь:*** находить области определения элементарных функций
15	Графики элементарных функций	***знать:*** графики элементарных функций ***уметь:*** определять по графику соответствующую ему функцию
16	Производная функции	***знать:*** формулы и правила нахождения производных ***уметь:*** находить производные элементарных функций
17	Решение прямоугольных треугольников	***знать:*** соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника ***уметь:*** находить элементы прямоугольного треугольника
18	Применение геометрических знаний для решения практических задач	***знать:*** формулы для нахождения поверхностей и объемов многогранников и круглых тел ***уметь:*** применять геометрические знания для решения практических задач

Критерии и шкала оценивания:

Критерий оценивания – процент правильно выполненных заданий, в соответствии с которым определяется уровень подготовки группы и отдельных студентов по следующей шкале:

Процент правильно выполненных заданий	Уровни усвоения
[70%-100%]	высокий
[40%-59%)	не высокий
[0%-39%)	низкий

2.2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

РАЗДЕЛ № 1 «Линейная и векторная алгебра»

Контрольная работа № 1 (3КР, 5б.)

Вариант 1

1) Даны матрицы A и B, числа α и β.
Вычислить: а) $A\cdot B$; б) $\alpha\cdot A+\beta\cdot B$ в)

A^{-1}. $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\2&0&1\\0&1&1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1&0&0\\3&0&4\\1&1&1\end{pmatrix}$ $\alpha=2$; $\beta=3$

Решение:

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}0&1&0\\2&0&1\\0&1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0\\3&0&4\\1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0+3+1&0+0+0&0+4+0\\2+0+1&0+0+1&0+0+1\\0+3+1&0+0+1&0+4+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&0&4\\3&1&1\\4&1&5\end{pmatrix}$$

$$2A+3B=\begin{pmatrix}0&2&0\\4&0&2\\0&2&2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&0&0\\9&0&12\\3&3&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&2&0\\13&0&14\\3&5&5\end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{\Delta}A^{*}\ \ \Delta=\begin{vmatrix}0&1&0\\2&0&1\\0&1&1\end{vmatrix}=0-1\cdot\begin{vmatrix}2&1\\0&1\end{vmatrix}+0=-2$$

$$A_{11}=\begin{vmatrix}0&1\\1&1\end{vmatrix}=-1\ \ A_{21}=-\begin{vmatrix}1&0\\1&1\end{vmatrix}=-1\ \ A_{31}=\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}=1$$

$$A_{12}=-\begin{vmatrix}2&1\\0&1\end{vmatrix}=-2\ \ A_{22}=\begin{vmatrix}0&0\\0&1\end{vmatrix}=0\ \ A_{32}=-\begin{vmatrix}0&0\\2&1\end{vmatrix}=0$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix}2&0\\0&1\end{vmatrix}=2\ \ A_{23}=-\begin{vmatrix}0&1\\0&1\end{vmatrix}=0\ \ A_{33}=\begin{vmatrix}0&1\\2&0\end{vmatrix}=-2$$

$$A^{*}=\begin{pmatrix}-1&-1&1\\-2&0&0\\2&-1&-2\end{pmatrix}\ \ A^{-1}=\frac{1}{-2}\begin{pmatrix}-1&-1&1\\-2&0&0\\2&-1&-2\end{pmatrix}$$

2) Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера $\begin{cases} 2x+5y+z=8, \\ 3x-y+2z=3, \\ x+y-2z=5. \end{cases}$

$$\Delta=\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}=2\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}-5\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}+1\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=2(2-2)-5(-6-2)+1(3+1)=44$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} 8 & 5 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & -2 \end{vmatrix}=8\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}-5\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}+1\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}=8(2-2)-5(-6-10)+(3+5)=88$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & -2 \end{vmatrix}=2\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}-8\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}+1\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}=2(-6-10)-8(-6-2)+15-3=44$$

$$\Delta_3=\begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 3 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}=2\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}-5\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}+8\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=2(-5-3)-5(15-3)+8(3+1)=-44$$

$x=\dfrac{\Delta_1}{\Delta}=\dfrac{88}{44}=2$ $y=\dfrac{\Delta_2}{\Delta}=\dfrac{44}{44}=1$ $z=\dfrac{\Delta_3}{\Delta}=\dfrac{-44}{44}=-1$

Ответ: $x=2; y=1; z=-1$

3) Найти С из уравнения: $\begin{vmatrix} 2 & -2 & c \\ 3 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix}=0$

$2\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}+2\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}+c\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}=0$; 2(0+1)+2(6+5)+c(3-0)=0; 3c=-24; c=-8.

Вариант 2

1) Даны матрицы A и B, числа α и β.

Вычислить: а) $A\cdot B$; б) $\alpha\cdot A+\beta\cdot B$ в) A^{-1}.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\ B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\ \alpha=3\ \beta=2$$

Решение:

1) $A\cdot B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0+0+0 & 1+0+0 & 0+0+0 \\ 0+0+2 & 0+3+2 & 0+4+2 \\ 0+0+0 & 0+3+0 & 0+4+0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

$$3A+2B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & 8 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 9 & 14 \\ 5 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{\Delta}A^{*}\ \Delta=\begin{vmatrix}1&0&0\\0&1&2\\1&1&0\end{vmatrix}=1\begin{vmatrix}1&2\\1&0\end{vmatrix}=-2$$

$$A_{11}=\begin{vmatrix}1&2\\1&0\end{vmatrix}=-2\ A_{21}=-\begin{vmatrix}0&0\\1&0\end{vmatrix}=0\ A_{31}=\begin{vmatrix}0&0\\1&2\end{vmatrix}=0$$

$$A_{12}=-\begin{vmatrix}0&2\\1&0\end{vmatrix}=2\ A_{22}=\begin{vmatrix}1&0\\1&0\end{vmatrix}=0\ A_{32}=-\begin{vmatrix}1&0\\0&2\end{vmatrix}=-2$$

$$A_{13}=\begin{vmatrix}0&1\\1&1\end{vmatrix}=-1\ A_{23}=-\begin{vmatrix}1&0\\1&1\end{vmatrix}=-1\ A_{33}=\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}=1$$

$$A^{-1}=\frac{1}{-2}\begin{pmatrix}-2&0&0\\2&0&-2\\-1&-1&1\end{pmatrix}$$

2) Решить систему методом Крамера: $\begin{cases}3x+y+2z=3,\\4x-y+3z=2,\\x+y-2z=-1.\end{cases}$

$$\Delta=\begin{vmatrix}3&1&2\\4&-1&3\\1&1&-2\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}-1&3\\1&-2\end{vmatrix}-1\begin{vmatrix}4&3\\1&-2\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}4&-1\\1&1\end{vmatrix}=3(2-3)-(-8-3)+(4+1)=18$$

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}3&1&2\\2&-1&3\\-1&1&-2\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}-1&3\\1&-2\end{vmatrix}-1\begin{vmatrix}2&3\\-1&-2\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}2&-1\\-1&1\end{vmatrix}=3(2-3)-1(-4+3)+2(2-1)=0$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}3&3&2\\4&2&3\\1&-1&-2\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}2&3\\-1&-2\end{vmatrix}-3\begin{vmatrix}4&3\\1&-2\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}4&2\\1&-1\end{vmatrix}=3(-4+3)-3(-8-3)+2(-4-2)=18$$

$$\Delta_3=\begin{vmatrix}3&1&3\\4&-1&2\\1&1&-1\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}-1&2\\1&-1\end{vmatrix}-1\begin{vmatrix}4&2\\1&-1\end{vmatrix}+3\begin{vmatrix}4&-1\\1&1\end{vmatrix}=3(1-2)-1(-4-2)+3(4+1)=18$$

$$x=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{0}{18}=0\ y=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{18}{18}=1\ z=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{18}{18}=1$$

Ответ: $x=0; y=1; z=1.$

3) Найти с из уравнения: $\begin{vmatrix}2&-2&c\\3&0&-1\\5&1&2\end{vmatrix}=0$

$2\begin{vmatrix}0&-1\\1&2\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}3&-1\\5&2\end{vmatrix}+c\begin{vmatrix}3&0\\5&1\end{vmatrix}=0$; $2(0+1)+2(6+5)+c(3-0)=0$; $3c=-24$; $c=-8$

Критерии оценки контрольной работы(30 мин.)

Правильно решенное 1 задание и вычислительные ошибки в остальных	3
Правильно решенные 2 задания и вычислительная ошибка в третьем	4
Правильно решенные 3 задания	5

Контрольная работа №2 (5КР, 5б.)

Вариант 1

Даны координаты вершины пирамиды $ABCD$: $A(5;2;0)$, $B(2;5;0)$, $C(1;2;4)$, $D(-1;1;1)$

Найдем а) угол φ между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$:

$\vec{AB} = \{2-5;5-2;0\} = \{-3;3;0\}$; $\vec{CD} = \{-1-1;1-2;1-4\} = \{-2;-1;-3\}$

$$\cos\varphi = \frac{\vec{AB}\cdot\vec{CD}}{\left|\vec{AB}\right|\cdot\left|\vec{CD}\right|} = \frac{-3(-2)+3(-1)+0}{\sqrt{(-3)^2+3^2}\sqrt{(-2)^2+(-1)^2+(-3)^2}} = \frac{6-3}{\sqrt{18}\sqrt{14}} = \frac{3}{3\sqrt{2}\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{28}}$$

$$\varphi = \arccos\frac{1}{\sqrt{28}}$$

б) площадь треугольника ABC: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left|\vec{AB}\times\vec{AC}\right|$

$\vec{AC} = \{1-5;2-2;4\} = \{-4;0;4\}$

$$\vec{AB}\times\vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 4 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} -3 & 3 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} = 12\vec{i}+12\vec{j}+12\vec{k} = \{12;12;12\}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{12^2+12^2+12^2} = \frac{1}{2}12\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(ед^2)$$

в) объем пирамиды ABCD

$V_{пирамиды} = \frac{1}{6}\left|\vec{AB}\,\vec{AC}\,\vec{AD}\right|$ $\vec{AD} = \{-6;-1;1\}$

$$[\vec{AB}\times\vec{AC}]\cdot\vec{AD} = \begin{vmatrix} -3 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 4 \\ -6 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -3\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} -4 & 4 \\ -6 & 1 \end{vmatrix} = -3(0+4)-3(-4+24) = -12-60 = -72$$

$$V_{пирамиды} = \frac{1}{6}\left|-72\right| = 12(ед^3)$$

г) высоту ΔABC, опущенную из вершины С: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB\cdot h$

$$h = \frac{2S_{\Delta ABC}}{AB} = \frac{2\cdot 6\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{2\cdot 6\sqrt{3}\sqrt{2}}{3\cdot 2} = 2\sqrt{6}$$

д) высоту пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины D: $V_{пирамиды} = \frac{1}{3}S_{основания}\cdot H$

$$H = \frac{3V_{пирамиды}}{S_{основания}} = \frac{3\cdot 12}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

Вариант 2

Даны координаты вершины пирамиды $ABCD$: $A(1;3;0)$, $B(4;-1;2)$, $C(3;0;1)$, $D(-4;3;5)$

Найдем: а) угол φ между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{CD}$:

$\vec{AB}=\{4-1;-1-3;2-0\}=\{3;-4;2\}$; $\vec{CD}=\{-4-3;3-0;5-1\}=\{-7;3;4\}$

$$\cos\varphi=\frac{|\vec{AB}\cdot\vec{CD}|}{\left|\vec{AB}\right|\cdot\left|\vec{CD}\right|}=\frac{|3(-7)+(-4)\cdot3+2\cdot4|}{\sqrt{3^2+(-4)^2+2^2}\sqrt{(-7)^2+3^2+4^2}}=\frac{|-21-12+8|}{\sqrt{29}\sqrt{74}}=\frac{|-25|}{\sqrt{29}\sqrt{74}}$$

$$\varphi=\arccos\frac{25}{\sqrt{29}\sqrt{74}}$$

б) площадь треугольника ABC: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\vec{AB}\times\vec{AC}\right|$

$\vec{AC}=\{3-1;0-3;1-0\}=\{2;-3;1\}$

$$\vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -4 & 2\\ 2 & -3 & 1\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-4 & 2\\ -3 & 1\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}3 & 2\\ 2 & 1\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}3 & -4\\ 2 & -3\end{vmatrix}=2\,\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}=\{2;1;-1\}$$

$\left|\vec{AB}\times\vec{AC}\right|=\sqrt{2^2+1+(-1)^2}=\sqrt{6}$ $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{6}(ed^2)$

в) объем пирамиды ABCD

$V_{пирамиды}=\frac{1}{6}\left|\vec{AB}\,\vec{AC}\,\vec{AD}\right|$ $\vec{AD}=\{-4-1;3-3;5-0\}=\{-5;0;5\}$

$$[\vec{AB}\times\vec{AC}]\cdot\vec{AD}=\begin{vmatrix}3 & -4 & 2\\ 2 & -3 & 1\\ -5 & 0 & 5\end{vmatrix}=3\begin{vmatrix}-3 & 1\\ 0 & 5\end{vmatrix}+4\begin{vmatrix}2 & 1\\ -5 & 5\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}2 & -3\\ -5 & 0\end{vmatrix}=3(-15-0)+4(10+5)+2(0-15)=-15$$

$$V_{пирамиды}=\frac{1}{6}15=\frac{5}{2}=2.5(ed^3)$$

г) высоту ΔABC, опущенную из вершины С: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot h$

$$h=\frac{2S_{\Delta ABC}}{AB}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{29}}=\sqrt{\frac{6}{29}}$$

д) высоту пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины D: $V_{пирамиды}=\frac{1}{3}S_{основания}\cdot H$

$$H=\frac{3V_{пирамиды}}{S_{основания}}=\frac{3\cdot2.5}{\frac{1}{2}\sqrt{6}}=\frac{3\cdot5}{\sqrt{6}}=\frac{3\cdot5\sqrt{6}}{6}=2.5\sqrt{6}.$$

Критерии оценки контрольной работы(30 мин.):

Правильно решенные 3 задания	3
Правильно решенные 4 задания	4
Правильно решенные все задания	5

РАЗДЕЛ № 2: «Аналитическая геометрия»

Контрольная работа (9КР, 10б.)

Вариант 1

Даны 3 точки $A(4;-1;3)$ $B(-2;1;0)$ $C(0;-5;1)$

Написать: 1)канонические и параметрические уравнения прямойAB

$\frac{x-4}{-2-4}=\frac{y+1}{1+1}=\frac{z-3}{0-3}$;канонические уравнения прямой: $\frac{x-4}{-6}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{-3}$.

Параметрические уравнения прямой AB: $\begin{cases} x=-6t+4 \\ y=2t-1 \\ z=-3t+3 \end{cases}$

2) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку А перпендикулярно вектору $\vec{BC}$. $\vec{BC}=\{2;-6;1\}$ - вектор нормали к искомой плоскости, на которой лежит точка A(4;-1;3). Уравнение плоскости имеет вид: 2(x-4)-6(y+1)+1(z-3)=0 ; 2x-6y+z-17=0

3) уравнение плоскости ABC.

Пусть точка M(x;y;z)- текущая точка плоскости.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{AM}=\{x-4;y+1;z-3\} \\ \vec{AB}=\{-6;2;-3\} \\ \vec{BC}=\{2;-6;1\} \end{array}\right| \text{компланарны} \Rightarrow$$ Условие компланарности $[\vec{AM}\times\vec{AB}]\cdot\vec{BC}=0$

$$\begin{vmatrix} x-4 & y+1 & z-3 \\ -6 & 2 & -3 \\ 2 & -6 & 1 \end{vmatrix}=0 \quad (x-4)\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -6 & 1 \end{vmatrix}-(y+1)\begin{vmatrix} -6 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}+(z-3)\begin{vmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -6 \end{vmatrix}=0$$

$$(x-4)(2-18)-(y+1)(-6+6)+(z-3)(36-4)=0 \quad \underbrace{x-2z+2=0}_{\text{уравнениеплоскости ABC}}$$

4) Найти угол α между прямой L: $\begin{cases} 2x-y+z-3=0 \\ x+5z+1=0 \end{cases}$ и плоскостью ABC.

Вектор нормали к плоскости ABC $\vec{N}=\{1;0;-2\}$. Найдем направляющий вектор $\vec{P}$ прямой L :

$$\left.\begin{array}{l}\vec{N}_1=\{2;-1;1\}\\ \vec{N}_2=\{1;0;5\}\end{array}\right| \perp \vec{P} \quad \Rightarrow \vec{P}=\vec{N}_1\times\vec{N}_2=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -1 & 1\\ 1 & 0 & 5\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 0 & 5\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 5\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{vmatrix}=$$

$$=-\vec{i}-9\vec{j}+\vec{k}=\{-1;-9;1\}$$

$$\sin\alpha=\frac{\left|\vec{N}\cdot\vec{P}\right|}{\left|\vec{N}\right|\cdot\left|\vec{P}\right|}=\frac{\left|-1+0-2\right|}{\sqrt{1^2+0+(-2)^2}\sqrt{\left(-1^2\right)+(-9)^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{5}\sqrt{11}}\Rightarrow\alpha=\arcsin\frac{3}{\sqrt{55}}.$$

5) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2;1;-1)$ и прямую $\frac{x-3}{4}=\frac{y+1}{0}=\frac{z-1}{3}$.

Решение: Из уравнения прямой следует, что точка $M_1(3;-1;1)$, направляющий вектор прямой $\vec{P}=\{4;0;3\}$ лежат в искомой плоскости. Пусть точка $M(x;y;z)$ текущая точка плоскости, тогда

$$\left.\begin{array}{l}\vec{M_0M}=\{x-2;y-1;z+1\}\\ \vec{M_1M_0}=\{-1;2;-2\}\\ \vec{P}=\{4;0;3\}\end{array}\right| \text{компланарны} \Rightarrow [\vec{M_0M}\times\vec{M_1M_0}]\cdot\vec{P}=0$$

$$\begin{vmatrix}x-2 & y-1 & z+1\\ -1 & 2 & -2\\ 4 & 0 & 3\end{vmatrix}=0;\ (x-2)(6-0)-(y-1)(-3+8)+(z+1)(0-8)=0$$

$$2x-5y-8z-15=0.$$

Вариант 2

Даны 3 точки $A(-1;2;-3)$, $B(4;-1;0)$, $C(2;1;-2)$

Написать: 1)канонические и параметрические уравнения прямой AB.

$\frac{x+1}{4+1}=\frac{y-2}{-1-2}=\frac{z+3}{0+3}$; канонические уравнения прямой: $\frac{x+1}{5}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+3}{3}$.

Параметрические уравнения прямой AB: $\begin{cases}x=5t-1\\ y=-3t+2\\ z=3t-3\end{cases}$

2) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\vec{BC}$. $\vec{BC}=\{-2;2;-2\}$- вектор нормали к искомой плоскости, на которой лежит точка A(4;-1;3). Уравнение плоскости имеет вид: -2(x+1)+2(y-2)-2(z+3)=0; x-y+z+6=0.

3) уравнение плоскости ABC.

Пусть точка M(x;y;z)- текущая точка плоскости.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{AM}=\{x+1;y-2;z+3\}\\ \vec{AB}=\{5;-3;3\}\\ \vec{BC}=\{3;-1;1\}\end{array}\right|\text{компланарны}\Rightarrow$$ Условие компланарности $[\vec{AM}\times\vec{AB}]\cdot\vec{BC}=0$

$$\begin{vmatrix}x+1 & y-2 & z+3\\ 5 & -3 & 3\\ 3 & -1 & 1\end{vmatrix}=0\ (x+1)\begin{vmatrix}-3 & 3\\ -1 & 1\end{vmatrix}-(y-2)\begin{vmatrix}5 & 3\\ 3 & 1\end{vmatrix}+(z+3)\begin{vmatrix}5 & -3\\ 3 & -1\end{vmatrix}=0$$

$$(x+1)(-3+3)-(y-2)(5-9)+(z+3)(-5+9)=0\quad \underbrace{y+z+1=0}_{\text{уравнениеплоскости}\ ABC}$$

4) Найти угол α между прямой L: $\begin{cases}x+3y-z+2=0\\ x-2y+5=0\end{cases}$ и плоскостью ABC.

Вектор нормали к плоскости ABC $\vec{N}=\{0;1;1\}$. Найдем направляющий вектор $\vec{P}$ прямой L :

$$\left.\begin{array}{l}\vec{N}_1=\{1;3;-1\}\\ \vec{N}_2=\{1;-2;0\}\end{array}\right|\perp\vec{P}\quad\Rightarrow\vec{P}=\vec{N}_1\times\vec{N}_2=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 3 & -1\\ 1 & -2 & 0\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}3 & -1\\ -2 & 0\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}1 & 3\\ 1 & -2\end{vmatrix}=$$

$$=-2\vec{i}-\vec{j}-5\vec{k}=\{-2;-1;-5\}$$

$$\sin\alpha=\frac{\left|\vec{N}\cdot\vec{P}\right|}{\left|\vec{N}\right|\cdot\left|\vec{P}\right|}=\frac{|0-1-5|}{\sqrt{0+1+1}\sqrt{4+1+25}}=\frac{6}{\sqrt{2}\sqrt{30}}=\frac{6}{\sqrt{60}}\Rightarrow\alpha=\arcsin\frac{6}{\sqrt{60}}$$

5) Написать уравнение плоскости α, проходящей через 2 параллельные прямые

$L_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$ и $L_2:\dfrac{x-0}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

Пусть точка $M(x;y;z)$ текущая точка плоскости.Вектор $\vec{P}=\{2;1;-1\}$ направляющий вектор прямых.

$$\left.\begin{array}{l}M_1(-1;2;3)\\ M_2(0;-1;2)\\ M(x;y;z)\end{array}\right|\in\text{плоскости}\ \alpha\qquad\qquad \left.\begin{array}{l}\vec{M_1M}=\{x+1;y-2;z-3\}\\ \vec{M_1M_2}=\{1;-3;-1\}\\ \vec{P}=\{2;1;-1\}\end{array}\right|\text{компланарны}$$

Условие компланарности $[\vec{M_1M}\times\vec{M_1M_2}]\cdot\vec{P}=0$

$$\begin{vmatrix}x+1 & y-2 & z-3\\ 1 & -3 & -1\\ 2 & 1 & -1\end{vmatrix}=0;\ (x+1)\begin{vmatrix}-3 & -1\\ 1 & -1\end{vmatrix}-(y-2)\begin{vmatrix}1 & -1\\ 2 & -1\end{vmatrix}+(z-3)\begin{vmatrix}1 & -3\\ 2 & 1\end{vmatrix}=0$$

$$(x+1)(3+1)-(y-2)(-1+2)+(z-3)(1+6)=0;\Rightarrow\underbrace{4x-y+7z+3=0}_{\text{плоскость}\ \alpha}$$

Критерии оценки контрольной работы(1ч.):

Правильно решенные 3 задания	3
Правильно решенные 4задания	4
Правильно решенные все задания	5

РАЗДЕЛ № 3: «Введение в математический анализ»

Тест (12Т, 5б.)

1. Значение предела $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{4n^2+3n}}{3n+1}$ равно…

1) $\dfrac{4}{3}$ 2) 1 3) $\dfrac{2}{3}$ 4) 2.

2. Значение предела $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{7n^2-1}}{5n^3+4n^2-2n+1}$ равно…

1) $\dfrac{\sqrt{7}}{5}$ 2) 0 3) $\dfrac{7}{4}$ 4) -1.

3. Значение предела $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5^n-1}{5^n+1}$ равно…

1) -1 2) 1 3) 0 4) 5.

4. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3-x}{2x-1}-\dfrac{x^2+2}{1-2x^2}\right)$ равно…

1) $\dfrac{1}{2}$ 2) 0 3) 1 4) $\dfrac{5}{2}$.

5. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(1-2x)^2}{5-3x+4x^2}$ равно…

1) 1 2) $-\dfrac{1}{2}$ 3) $\dfrac{1}{5}$ 4) $\dfrac{1}{2}$.

6. Значение предела $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$ равно…

1) 2 2) 1 3) -1 4) 0.

7. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^3}{x^2-3}-x\right)$ равно…

1) 1 2) 0 3) -1 4) $\dfrac{1}{3}$.

8. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{4x^3-2x^2+x}{3x^2+2x}\right)$ равно…

1) $\dfrac{4}{3}$ 2) $\dfrac{1}{2}$ 3) $-\dfrac{2}{3}$ 4) 2.

9. Значение предела $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3x-10}{3x^2-5x-2}$ равно…

1) $\frac{1}{3}$ 2) 5 3) 1 4) 2.

10. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ равно…

1) $\frac{1}{2}$ 2) 1 3) -1 4) 2.

11. Значение предела $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^3+4x^2+4x}{(x+2)(x-3)}$ равно…

1) 1 2) 0 3) $-\frac{2}{3}$ 4) $\frac{1}{2}$.

12. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{tgx}$ равно…

1) 0 2) 2 3) $\frac{1}{2}$ 4) -1.

13. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{3x}$ равно… 1) 0 2) $\frac{4}{3}$

3) $\frac{1}{3}$ 4) 4.

14. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2\arcsin x}{5x}$ равно…

1) $\frac{2}{5}$ 2) 0 3) 1 4) 2.

15. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{x+5}$ равно…

1) 1 2) 0 3) e^{-1} 4) e.

Ключи к ответу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	2	2	2	1	3	2	2	3	1	2	2	2	1	3

Время выполнения: 45 мин
Критерии оценивания: 14-15 заданий -5 баллов
11-13заданий – 4 балла
8-10 заданий – 3 балла.

Контрольная работа (13КР, 5б.)

Вариант 1

1.Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n-3}{2n+1}\right)^{4n-1}$ б)

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-\sqrt[7]{n}}{n^2+n+1}$ в) $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{x^2+2x}{4x^2+3x}$ при $x_0=2;\ x_0=0;\ x_0=\infty$

а) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n-3}{2n-1}\right)^{4n-1}=\left[\left(1+\frac{-2}{2n-1}\right)^{\frac{2n-1}{-2}}\right]^{\frac{-2(4n-1)}{2n-1}}=e^{-4}=\frac{1}{e^4};$$

б) $$\lim_{n\to\infty}\frac{1-\sqrt[7]{n}}{n^2+n+1}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=0,\left\langle \begin{array}{l} \textit{т.к.старшая степень числителя}=\frac{1}{7} \\ \textit{старшая степень знаменателя}=2 \end{array}\right|$$

в) $$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x}{4x^2+3x}=\frac{8}{16+6}=\frac{4}{11};\ \lim_{x\to 0}\frac{x^2+2x}{4x^2+3x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{x(x+2)}{x(4x+3)}=\frac{2}{3};$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2x}{4x^2+3x}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\frac{1}{4}\left\langle \begin{array}{l} \textit{т.к.старшая степень числителя}=2 \\ \textit{старшая степень знаменателя}=2 \end{array}\right|$$

2) Вычислить пределы функций

а) $$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{8+x}-\sqrt{10-x}}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{8+x}+\sqrt{10-x}\right)}{\left(\sqrt{8+x}-\sqrt{10-x}\right)\left(\sqrt{8+x}+\sqrt{10-x}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{8+x}+\sqrt{10-x}\right)}{2(x-1)}=\frac{2(3+3)}{2}=6.$$

б) $$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{\sin 4x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{5x}{4x}=\frac{5}{4}\left\langle \begin{array}{c} \textit{следствие из первого замечательного предела} \\ \sin x \underset{x\to 0}{\approx} x \end{array}\right|$$

в) $$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{\sin 5x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{2x}{5x}=\frac{2}{5}\left\langle \begin{array}{c} \textit{следствие из второго замечательного предела} \\ e^x-1\approx x,\ \textit{если}\ \ x\to 0 \end{array}\right|$$

3) Исследовать функцию на разрыв в точке x=4. $f(x)=5^{\frac{1}{x-4}}$

$$\lim_{x\to 4-0}f(x)=\lim_{x\to 4-0}5^{\frac{1}{x-4}}=5^{\frac{1}{4-0-4}}=5^{-\infty}=\frac{1}{5^{\infty}}=0$$

$$\lim_{x\to 4+0}f(x)=\lim_{x\to 4+0}5^{\frac{1}{x-4}}=5^{\frac{1}{4+0-4}}=5^{+\infty}=\infty$$

В точке x=4 функция терпит разрыв второго рода.

Вариант 2

1.Вычислить пределы:а) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+5}{n-2}\right)^{5+2n}$ б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n-1)^4}{n+5n^2-2}$ в) $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{4x^2+3x-7}{2x^2-7x+5}$ при $x_0=-1;\ x_0=1;\ x_0=\infty$

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+5}{n-2}\right)^{5+2n}=\left[\left(1+\frac{7}{n-2}\right)^{\frac{n-2}{7}}\right]^{\frac{7(5+2n)}{n-2}}=e^{14};$ б)

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n-1)^4}{n+5n^2-2}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\infty,\ \left\langle \begin{matrix} т.к.старшая\quad степень\quad числителя=4 \\ старшая\quad степень\quad знаменателя=2 \end{matrix}\right|$

в) $\lim\limits_{x\to-1}\frac{4x^2+3x-7}{2x^2-7x+5}=\frac{4-3-7}{2+7+5}=-\frac{3}{7};\ \lim\limits_{x\to0}\frac{4x^2+3x-7}{2x^2-7x+5}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to0}\frac{(x-1)(4x+7)}{(x-1)(2x-5)}=\frac{11}{-3};$

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^2+3x-7}{2x^2-7x+5}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)=\frac{4}{2}=2,\ \left\langle \begin{matrix} т.к.старшая\quad степень\quad числителя=2 \\ старшая\quad степень\quad знаменателя=2 \end{matrix}\right|$

2) Вычислить пределы функций

а) $\lim\limits_{x\to4}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{5}}{3x-12}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{5}\right)}{3(x-4)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{5}\right)}=\lim\limits_{x\to4}\frac{x-4}{3(x-4)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{5}\right)}=\frac{1}{6\sqrt{5}}$

б) $\lim\limits_{x\to0}\frac{tg6x}{x^2-2x}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to0}\frac{6x}{x(x-2)}=\frac{6}{-2}=-3$

в) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\arcsin 3x}{\ln(1+7x)}=\left(\frac{0}{0}\right)=\lim\limits_{x\to0}\frac{3x}{7x}=\frac{3}{7}$

3) Исследовать функцию на разрыв в точке x=3. $f(x)=2^{\frac{1}{x-3}}$

$\lim\limits_{x\to3-0}f(x)=\lim\limits_{x\to3-0}2^{\frac{1}{x-3}}=2^{\frac{1}{3-0-3}}=2^{-\infty}=\frac{1}{2^{\infty}}=0$

$\lim\limits_{x\to3+0}f(x)=\lim\limits_{x\to3+0}2^{\frac{1}{x-3}}=2^{\frac{1}{3+0-3}}=2^{+\infty}=\infty$

В точке x=3 функция терпит разрыв второго рода.

Критерии оценки контрольной работы(1ч.):

Наличие 3-4 ошибок	3
Наличие 1-2 ошибок вычислительного характера	4
Правильно решенные все задания	5

<u>РАЗДЕЛ № 4: «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»</u>

Тест (14Т, 5б.)

1. Производная функции $y = x^2 \cdot e^x$ в точке $x_0 = 1$ равна…

1) e 2) $3e$ 3) $2e$ 4) 1.

2. Производная функции $y = \sin x \cdot e^x$ в точке $x_0 = 0$ равна…

1) 0 2) -1 3) 1 4) 2.

3. Производная функции $y = \dfrac{x}{\ln x}$ в точке $x_0 = e$ равна…

1) 0 2) e 3) 1 4) -2.

4. Производная функции $y = 2\sin\left(3x + \dfrac{\pi}{2}\right)$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{3}$ равна…

1) -1 2) 0 3) 1 4) $\dfrac{1}{2}$.

5. Производная функции $y = 2(x+1)\cos x$ в точке $x_0 = \dfrac{\pi}{4}$ равна…

1) $-\dfrac{\pi}{4}\sqrt{2}$ 2) $\dfrac{\pi}{4}$ 3) $\sqrt{2}$ 4) $\pi\sqrt{2}$.

6. Производная функции $y = \dfrac{2x}{x^2+1}$ в точке $x_0 = 1$ равна…

1) 1 2) -2 3) 0 4) 3.

7. Производная функции $y = x + \sqrt{4x+1}$ в точке $x_0 = 2$ равна…

1) $\dfrac{7}{6}$ 2) $\dfrac{4}{5}$ 3) $\dfrac{5}{3}$ 4) 1.

8. Производная функции $y = 5^x - x^5$ в точке $x_0 = 1$ равна…

1) 4 2) $5(\ln 5 - 1)$ 3) 0 4) $\ln 5 - 1$.

9. Производная функции $y = \ln(2x+11) + 5x$ в точке $x_0 = -5$ равна…

1) 7 2) 6 3) 2 4) 3.

10. Производная от функции $y = 3x^2 - 12\sqrt{x}$ в точке $x_0 = 4$ равна…

1) 12 2) 21 3) 0 4) 7.

Ключи к ответу:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	1	2	1	3	3	2	1	2

Время выполнения: 45 мин

Критерии оценивания: 10 заданий -5 баллов

9-8 заданий – 4 балла

6 заданий – 3 балла.

Контрольная работа (17КР, 5б.)

Вариант 1

1)Найти производную:

а) $y=2^x+4arctgx+1;\ y'=2^x\ln 2+\dfrac{4}{1+x^2}$

б) $y=\sqrt{e^x}+ctg^2 5x;\ y=\ln x\cdot(7x+2);\ y=e^{\frac{x}{2}}+ctg^2 5x;\ y'=e^{\frac{x}{2}}\cdot\dfrac{1}{2}+2ctg5x\dfrac{-1}{\sin^2 5x}\cdot 5.$

2)Найти производную:

а) $y'=\dfrac{1}{x}(7x+2)+7\cdot\ln x.$

б) $y=2^{\sin x}\cos^3 5x;$

$y'=2^{\sin x}\ln 2\cdot\cos x\cdot\cos^3 5x+2^{\sin x}3\cos^2 5x(-\sin 5x)5$

3) Найти производную 1-го и 2-го порядков: $y=\dfrac{7}{x^6}+\dfrac{4}{\sqrt[3]{x}}-\sqrt[5]{x^3}+2x^6;$

$$y''=-24(-7)x^{-8}-\frac{4}{3}\left(-\frac{4}{3}\right)x^{-\frac{7}{3}}-\frac{3}{5}\left(-\frac{2}{5}\right)x^{-\frac{7}{5}}+60x^4=\frac{168}{x^8}+\frac{16}{9\sqrt[3]{x^7}}+\frac{6}{25\sqrt[5]{x^7}}+60x^4$$

4) Вычислить производную функции, заданной параметрически:

$\begin{cases} x=\ln 2t \\ y=arctgt; \end{cases}\ y'_x=\dfrac{y'_t}{x'_t}$

$x'_t=\dfrac{1}{12}\cdot 2=\dfrac{1}{t};\ y'_t=\dfrac{1}{1+t^2};\ y'_x=\dfrac{1}{1+t^2}\div\dfrac{1}{t}=\dfrac{t}{1+t^2}.$

5) Найти производную функции, заданной неявно: $y^3=x^2+\cos y \qquad y^3=x^2+\cos y.$

Продифференцируем обе части уравнения и выразим производную:

$3y^2y'=2x-\sin y\cdot y'\ y'(3y^2+\sin y)=2x;\ y'=\dfrac{2x}{3y^3+\sin y}\ y'=\dfrac{2x}{3y^2+\sin y}.$

Вариант 2

1)Найти производную:

а) $y=4^x+3\cos x-2;\ y'=4^x\ln 4-3\sin x.$

б) $y=\sin\sqrt{x}-arctg^3 2x;\ y'=\cos\sqrt{x}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-3arctg^2 2x\dfrac{1}{1+4x^2}\cdot 2.$

2)Найти производную:

а) $y=e^x\cos x;\ y'=e^x\cos x-\sin x\cdot e^x.$

б) $y=e^{-\cos x}\cdot\arcsin(5x^3);\ y'=e^{-\cos x}\sin x\cdot\arcsin(5x^3)+\dfrac{1}{\sqrt{1-25x^6}}\cdot 15x^2\cdot e^{-\cos x}.$

3) Найти производную 1-го и 2-го порядков функции $y=\dfrac{6}{\sqrt[4]{x}}-\dfrac{3}{x^3}+3x^3-\sqrt{x^7}.$

$$y=6x^{-\frac{1}{4}}-3x^{-3}+3x^{3}-x^{\frac{2}{7}};\ y'=6\left(-\frac{1}{4}\right)x^{-\frac{5}{4}}+9x^{-4}+9x^{2}+\frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}}=-\frac{6}{4\sqrt[4]{x^{5}}}+\frac{9}{x^{4}}+9x^{2}+\frac{7}{2}\sqrt{x^{5}}.$$

$$y''=-\frac{6}{4}\left(-\frac{5}{4}\right)x^{-\frac{9}{4}}-36x^{-5}+18x+\frac{7}{2}\cdot\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}=\frac{30}{16\sqrt[4]{x^{9}}}-\frac{36}{x^{5}}+18x+\frac{35}{4}\sqrt{x^{3}}.$$

4) Вычислить производную функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x=\cos 2t \\ y=\sin^{2} t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_t'=-\sin 2t\cdot 2 \\ y_t'=2\sin t\cdot\cos t=\sin 2t \end{cases}\quad y_x'=\frac{y_t'}{x_t'}=\frac{\sin 2t}{-2\sin 2t}=-\frac{1}{2}$$

$$y_x'=\frac{y_t'}{x_t'}$$

$$x_t'=-\sin 2t\cdot 2=-2\sin 2t;\ y_t'=2\sin t\cos t=\sin 2t;\ y_x'=\frac{\sin 2t}{-2\sin 2t}=-\frac{1}{2}.$$

5) Найти производную функции, заданной неявно: $x^{2}-\sqrt{y}=arctgy$.
Продифференцируем обе части уравнения и выразим производную:

$$2x-\frac{1}{2\sqrt{y}}\cdot y'=\frac{1}{1+y^{2}}\cdot y';\ 2x=y'\left(\frac{1}{2\sqrt{y}}+\frac{1}{1+y^{2}}\right);\ y'=\frac{2x}{\dfrac{1}{2\sqrt{y}}+\dfrac{1}{1+y^{2}}}.$$

Критерии оценки контрольной работы (1ч.):

Правильно решенные 3 задания	3
Правильно решенные 4 задания	4
Правильно решенные все задания	5