

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Нововоронежский политехнический институт –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НВПК НИЯУ МИФИ)

УТВЕРЖДЕН

Педагогическим советом

«15» ноября 2022г., протокол № 545

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
«Теоретическая механика»

Направление подготовки: 13.03.02. Электроэнергетика и электротехника

Наименование образовательной программы: Электрические станции

Уровень образования: бакалавриат

Форма обучения: очная

Нововоронеж 2022 г.

1. Паспорт фонда оценочных средств

1.1. Модели контролируемых компетенций:

Оценочные средства для контроля по дисциплине направлены на проверку знаний и умений студентов, являющихся основой формирования у обучающихся компетенций:

ОПК-1 Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

ОПК-1 Знать базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования

ОПК-1 Уметь выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физикоматематический аппарат

ОПК-1 Владеть математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общефизических законов и принципов

1.2. Программа оценивания контролируемой компетенции по этапам их формирования:

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства		
			Текущий контроль	Рубежный контроль	Промежуточная аттестация
1	Статика, кинематика	ОПК-1	7ДЗ, часть 1, 4, 6 ПР	8 К	Тест-конструктор
2	Динамика	ОПК-1	16ДЗ, часть 2	16 К	Тест-конструктор

1.3. Основные показатели оценивания компетенций:

Соотнесение формируемых компетенций со знаниями, умениями и навыками приведено в следующей таблице:

Индекс компетенции	Проектируемые результаты освоения дисциплины «Теоретическая механика» и индикаторы формирования компетенций			Средства и технологии оценки
	Знания (З)	Умения (У)	Навыки (В)	
ОПК-1	3.1, 3.2, 3.3, 3.4	У.1, У.2, У.3	В.1, В.2	К, ДЗ, ПР, Тест

Основные показатели оценивания знаний, умений и навыков, необходимых для формирования компетенций, представлены в таблице:

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели оценки результатов	Формируемые компетенции
31 – основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов следствия	знать понятия и законы теоретической механики, роль дисциплины как теоретической базы естественнонаучных и прикладных дисциплин	ОПК-1
32 – методы изучения равновесия и движения материальной точки	знать методы исследования равновесия и движения материальной точки, знать методы определения характеристик движения точки и тела при различных способах задания их движения	ОПК-1
33 – методы изучения равновесия и движения твердого тела	знать методы исследования систем сил, методы решения задач механики при условии равновесия тел и механических систем; знать методы и принципы исследования движения тел при действии сил	ОПК-1
34 – методы изучения равновесия и движения механической системы	знать методы исследования систем сил, методы решения задач механики при условии равновесия механических систем	ОПК-1
У1 – прилагать полученные знания для решения соответствующих конкретных задач техники	уметь формулировать решаемые задачи в понятиях теоретической механики	ОПК-1
У2 – самостоятельно строить и исследовать математические и механические модели технической систем	уметь разрабатывать механико-математические модели, адекватно отражающие основные свойства рассматриваемых явлений	ОПК-1
У3 – применять аналитические и численные методы исследования, используя возможности современных компьютеров и информационных технологий	уметь выполнять исследование математических моделей механических явлений с применением современных информационных технологий	ОПК-1
В1 – методами механики, которые применяются в прикладных дисциплинах	владеть навыками исследования задач механики и построения механико-математических моделей, адекватно описывающих разнообразные механические явления	ОПК-1
В2 – навыками составления расчетных схем реальных механических конструкций	владеть навыками практического использования методов и принципов теоретической механики при решении задач: силового расчета, определения кинематических характеристик тел при различных способах задания движения, определения закона	ОПК-1

	движения материальных тел и механических систем под действием сил	
--	---	--

1.4. Перечень оценочных средств

Характеристика оценочных средств по дисциплине представлена в таблице:

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	2	3	4
1.	Контрольные тестовые работы по всем разделам курса	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студентов.	Фонд тестовых заданий
2.	ИДЗ (индивидуальное домашнее задание)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач по всем разделам курса.	Набор задач по вариантам
3.	Проверочная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме	Методические указания по выполнению практических работ
4.	Устный опрос по темам	Способ проверки знаний, полученных в результате изучения материала на практических занятиях	Перечень вопросов по темам курса

2. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

для оценки знаний, умений, навыков по дисциплине

Типовые контрольные задания представлены в соответствии с перечнем оценочных средств по дисциплине в следующей структуре:

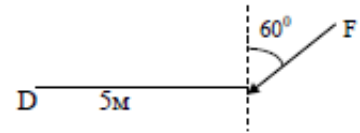
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций;
- сами оценочные средства с выделением правильных ответов (для тестов и контрольных работ);
- критерии и шкалы оценивания.

2.1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ВХОДНОГО КОНТРОЛЯ

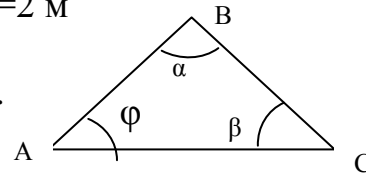
Карточка входного контроля

1) Найти значения x по уравнению $3x^2 - 4x + 1 = 0$.

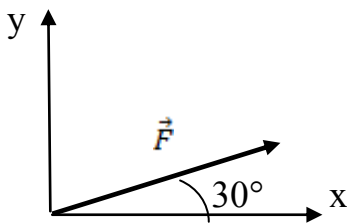
2) Найти кратчайшее расстояние от точки D до линии действия силы \vec{F}



3) По двум заданным сторонам $AB=6$ м, $BC=2$ м и углу $\alpha=60^\circ$ найти сторону AC и углы β , φ .



4) Найти проекцию вектора $F=20$ Н на ось y .



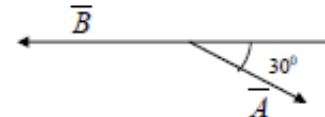
5) Решить уравнение $2x - 3 = 5$.

6) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$$

7) Найти модуль суммы двух векторов \vec{A} и \vec{B} .

$A=2$, $B=3$.



8) Дано $\varphi = 2t^3 + \sin \pi t$, найти $\frac{d\varphi}{dt}$, $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$

9) Точка массой $m=0,1$ кг движется по прямой под действием силы A со скоростью $V=10t$. Определить силу F .

10) Дано $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, определить $\cos \alpha$

2.2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

2.2.1 Тесты

Тестовое задание по каждому разделу

- выполняется 30 мин;
- в каждом варианте необходимо выбрать правильные ответы или соотнести данные.

Тест №1

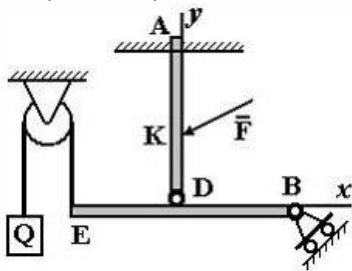
Вариант № 1 работы по разделу «Статика и Кинематика»

Вопрос 1. Плечом силы относительно центра называется:

- 1) отрезок, соединяющий центр и точку приложения силы;
- 2) **кратчайшее расстояние от центра до линии действия силы;**
- 3) луч, проходящий через центр, параллельно линии действия силы;
- 4) отрезок, соединяющий центр и конец вектора силы;
- 5) отрезок, соединяющий центр и середину вектора силы;
- 6) отрезок, соединяющий центр и любую точку вектора силы.

Вопрос 2. На рисунке изображено тело, находящееся в равновесии. Соотнесите наименование точки и правильное название опоры в этой точке:

- 1) A 2) B 3) D 4) E



жесткая заделка - 1;
шарнирно-подвижная опора - 2;
гибкая связь - 4;
соединительный шарнир - 3.

- 1) 2)

Вопрос 3. Парой сил называют:

- 3)

Вопрос 4. Точку приложения силы можно переносить

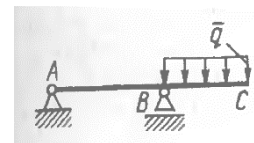
- 1) в любую точку пространства;
- 2) в любую точку плоскости;
- 3) **вдоль линии действия силы.**

Вопрос 5. В плоскостях XOY и XOZ лежат пары с моментами $M_1=6$ кН·м и $M_2=8$ кН·м. Сложив эти пары, получим одну пару с моментом, равным

- 1) 14 кН·м;
- 2) 48 кН·м;
- 3) 2 кН·м;
- 4) **10 кН·м.**

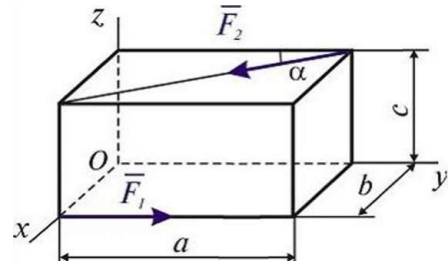
Вопрос 6. Определить реакцию опоры B, если интенсивность распределенной нагрузки $q=40$ Н/м, размеры балки AB=4 м, BC=2 м.

- 1) 80 Н;
- 2) 90 Н;
- 3) **100 Н;**
- 4) 120 Н.



Вопрос 7. В вершинах прямоугольного параллелепипеда приложены силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , как указано на рисунке. Проекция на ось z главного момента \vec{M}_0 относительно центра O системы сил (\vec{F}_1, \vec{F}_2) равна:

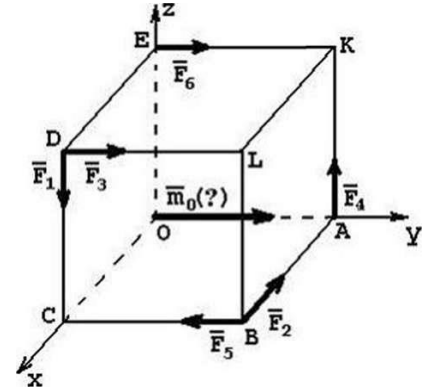
- 1) $F_2 \cos \alpha$
- 2) $F_2 \sin \alpha$
- 3) $F_1 b - F_2 a \sin \alpha$



Вопрос 8. К вершинам куба приложены силы: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5, \vec{F}_6$.

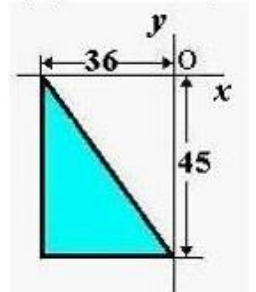
$\vec{m}_0(?)$ - вектор момента какой силы относительно начала координат направлен как указано на рисунке?

- 1) \vec{F}_1
- 2) \vec{F}_4
- 3) \vec{F}_6
- 4) \vec{F}_5
- 5) \vec{F}_2



Вопрос 9. Однородная пластина в виде прямоугольного треугольника расположена в плоскости xOy . Координата x_c центра тяжести равна ...

- 1) -24;
- 2) -15;
- 3) -18;
- 4) -12.

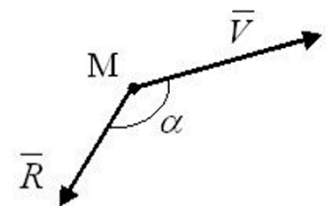


Вопрос 10. Точка движется по кривой. Ускорение точки направлено (в общем случае):

- 1) по касательной;
- 2) по нормали;
- 3) **в сторону вогнутости траектории;**
- 4) в сторону выпуклости траектории.

Вопрос 11. Вектор скорости \vec{v} движущейся точки M и равнодействующая всех сил \vec{R} , приложенных к точке, составляют между собой тупой угол. Определить характер движения точки M , если $\vec{R} \neq \text{const}$.

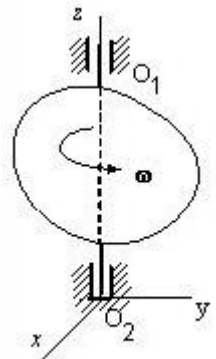
- 1) криволинейное и ускоренное.
- 2) прямолинейное и ускоренное.
- 3) прямолинейное и замедленное.
- 4) **криволинейное и замедленное.**



Вопрос 12. Тело равномерно вращается вокруг оси Z с угловой скоростью $\omega = 12 \text{ c}^{-1}$

За время $t = 3 \text{ с}$ тело повернется на угол ...

- 1) 120°
- 2) 360°
- 3) **36 рад;**
- 4) 4 рад.

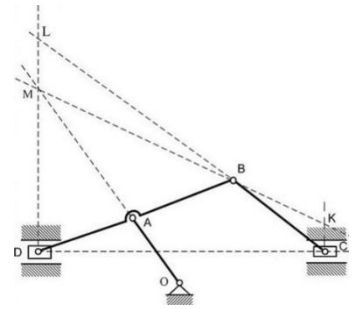


Вопрос 13. Мгновенный центр скоростей - это точка плоской фигуры, скорость которой в данное мгновение равна ...

- 1) максимальному значению;
- 2) нулю;
- 3) минимальному значению;
- 4) среднему значению скоростей двух точек.

Вопрос 14. Для механизма в положении, представленном на рисунке, мгновенный центр скоростей звена DB находится в:...

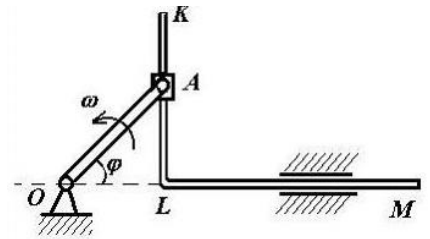
- 1) ∞ ;
- 2) точке L;
- 3) точке E;
- 4) Точке М.



Вопрос 15. В кривошипно-кулисном механизме кривошип $OA=10\text{см}$ вращается с угловой скоростью $\omega = 6\text{ с}^{-1}$

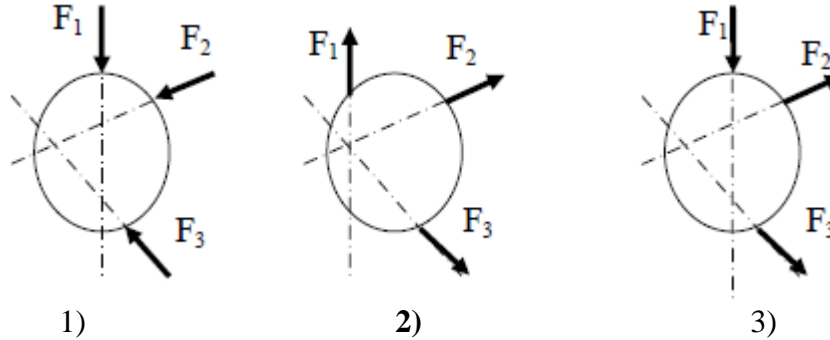
В тот момент, когда угол $\varphi = 90^\circ$, относительная скорость ползуна A будет равна...

- 1) $V_r=60\text{ см/с}$;
- 2) $V_r=30\text{ см/с}$;
- 3) $V_r=0\text{ см/с}$;
- 4) $V_r=60\sqrt{3}\text{ см/с}$.



Вариант № 2 работы по разделу «Статика и Кинематика»

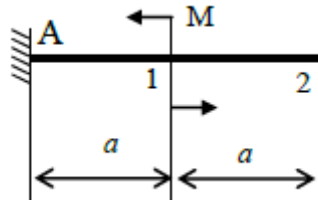
Вопрос 1. Какая из систем сил является сходящейся?



Вопрос 2. В каких единицах измеряют силу

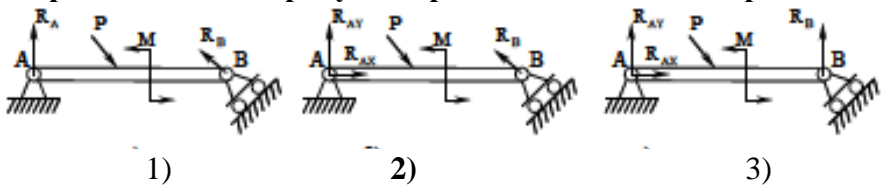
- 1) Килограмм; 2) **Ньютон**; 3) Ньютонметр.

Вопрос 3. При переносе пары сил из сечения 1 в сечение 2 вращающее действие пары относительно точки А:

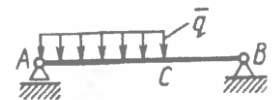


- 1) увеличится в два раза;
2) уменьшится в два раза;
3) **не изменится.**

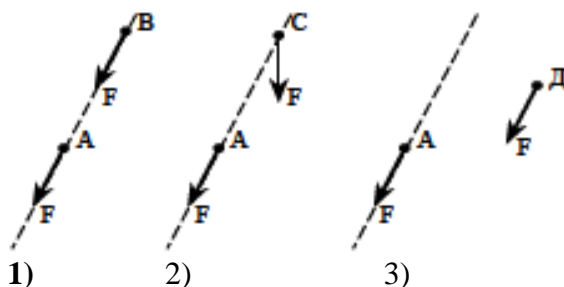
Вопрос 4. На каком рисунке правильно составлена расчетная схема?



Вопрос 5. Какой должна быть длина участка AC с действующей на него распределенной нагрузкой интенсивностью $q=5$ кН/м, для того чтобы реакция опоры В была равна 10 кН, если длина балки АВ=9м. (6 м)



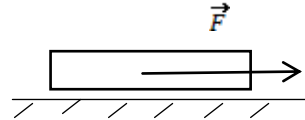
Вопрос 6. В каком из случаев, указанных на рисунке, перенос силы из точки А в точки В, С или Д не изменит механического состояния твердого тела?



Вопрос 7. Равномерно распределенную нагрузку интенсивности q , приложенную к балке на участке АВ, можно заменить:

- 1) сосредоточенной силой $q \cdot AB$, приложенной к опорам;
- 2) сосредоточенной силой $q \cdot AB$, приложенной в любом месте;
- 3) **сосредоточенной силой $q \cdot AB$, приложенной в середине участка АВ;**
- 4) Только другой распределенной нагрузкой.

Вопрос 8. На груз весом $P=20$ Н действует сила F . Коэффициент трения $f=0,2$. При каком значении силы F начнется движение тела...



- 1) 8 Н;
- 2) 6 Н;
- 3) **4 Н;**
- 4) 2 Н.

Вопрос 9. Точка движется прямолинейно согласно уравнению $s=t^3+4t$ (s – в м, t – в с). Определите ускорение точки при $t=0,08$ с.

- 1) $a=0,96$ м/с²;
- 2) $a=0,24$ м/с²;
- 3) $a=0,64$ м/с²;
- 4) **$a=0,48$ м/с².**

Вопрос 10. Какой способ задания движения точки используют для определения нормального, касательного ускорения и радиуса кривизны траектории.

- 1) векторный;
- 2) координатный;
- 3) **естественный.**

Вопрос 11. По какой формуле определяется тангенциальное ускорение?

- 1) $a = \frac{v^2}{R}$
- 2) $a = \varepsilon \cdot R$
- 3) $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$
- 4) $a = \ddot{x}$

Вопрос 12. Диск вращается согласно уравнению $\varphi = 0,25t^3$ рад. Определить угловое ускорение ε диска в момент $t=2,2$ с/

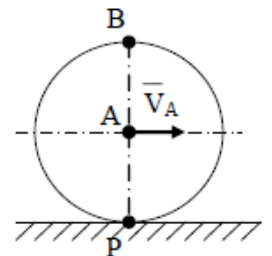
- 1) 3,9рад/с;
- 2) **3,3рад/с;**
- 3) 4,2рад/с;
- 4) 4,5рад/с.

Вопрос 13. Какая составляющая ускорения любой точки твердого тела равна нулю при равномерном вращении твердого тела вокруг неподвижной оси?

- 1) нормальное ускорение;
- 2) полное ускорение;
- 3) **касательное ускорение.**

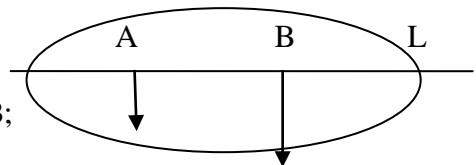
Вопрос 14. Скорость точки А диска, катящегося по неподвижной направляющей без скольжения, равна V_A . Чему равна скорость точки В?

- 1) $v_B=v_A$
- 2) $v_B=2v_A$
- 3) $v_B=0,5v_A$
- 4) правильного ответа нет



Вопрос 15. Скорости двух точек А и В плоской фигуры направлены, как указано на рисунке. Мгновенный центр скоростей фигуры...

- 1) находится на прямой L справа от точки В;
- 2) **находится на прямой L слева от точки А;**
- 3) находится на прямой L между точками А и В;
- 4) находится на бесконечном удалении.



Тест №2

Вариант №1 работы по разделу «Динамика»

Вопрос 1. Дифференциальное уравнение движения точки в естественной системе координат имеет вид...

- 1) $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$; 2) $m\ddot{\vec{x}} = \vec{F} + \vec{R}$; 3) $\frac{m \cdot v^2}{\rho} = F_n$; 4) $m\vec{a} = \vec{F}$.

Вопрос 2. Количественной мерой движения точки называется...

- 1) $m\vec{a}$; 2) $m\vec{v}$; 3) $\frac{mv^2}{2}$; 4) $\vec{r} \times m\vec{v}$.

Вопрос 3. Материальная точка движется под действием известной силы. Из перечисленных характеристик движущейся точки для определения количества движения точки необходимы:

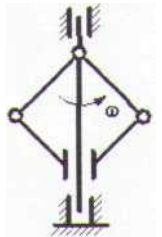
- 1) масса
2) скорость
3) ускорение
4) сила

Вопрос 4. Сила инерции тела, совершающего поступательное движение равна:

- 1) $m\vec{a}$ 2) $m\vec{V}$ 3) $-m\vec{a}$ 4) $\frac{mV^2}{2}$

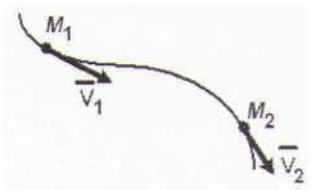
Вопрос 5. Регулятор Уатта в установившемся движении при угловой скорости вращения $\omega=2 \text{ с}^{-1}$ имеет момент инерции $I=120 \text{ кг м}^2$. Сопротивлением вращению пренебрегаем. В случае сохранения кинетического момента, при угловой скорости $\omega_1=6 \text{ с}^{-1}$ момент инерции I_1 равен

- 1) 10;
2) 0,1;
3) 40;
4) 360.

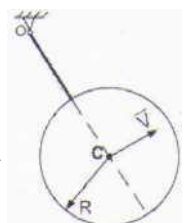


Вопрос 6. Материальная точка массой $m=0,1 \text{ (кг)}$ движется по криволинейной траектории из точки M_1 в точку M_2 под действием системы сил. Если известно, что скорость точки в положении M_1 равна $V_1=5 \text{ (м/с)}$; работа равнодействующей всех сил, действующих на точку на перемещении M_1M_2 , равна $A=-0,8 \text{ (дж)}$, то скорость точки в положении M_2 равна ...

- 1) 4,1;
2) 6,4;
3) 5,7;
4) 3,0.



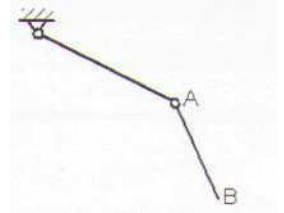
Вопрос 7. Колесо радиуса R , масса которого m равномерно распределена по ободу, жестко прикреплен к невесомому стержню длиной $l = R$, который вращается относительно оси, проходящей через его конец O перпендикулярно плоскости диска, имея в точке C скорость V . Кинетическая энергия тела равна ...



- 1) $\frac{3mv^2}{4}$ 2) $\frac{5mv^2}{4}$ 3) $\frac{3mv^2}{8}$ 4) $\frac{5mv^2}{8}$

Вопрос 8. Центром масс системы называется точка, радиус-вектор которой определяют по формуле

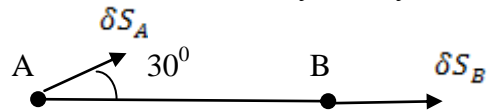
- 1) $\sum \vec{F}_k$
 2) $\frac{\sum \vec{r}_k \times m_k \vec{v}_k}{\sum m_k \vec{r}_k}$
 3) $\frac{\sum m_k}{\sum \vec{M}_k}$
 4) $\sum \vec{M}_k$



Вопрос 9. В механизме, изображенном на рисунке, соединение стержней – шарнирное. Число степеней свободы механизма равно (запишите число),.. (2)

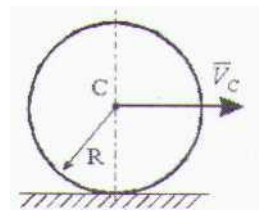
Вопрос 10. Между возможными перемещениями точек A и B существует зависимость

- 1) $\delta S_A = \delta S_B$ 2) $\delta S_A = -\delta S_B$
 3) $\delta S_A \cos 30^\circ = \delta S_B$ 4) $\delta S_A \sin 30^\circ = \delta S_B$



Вопрос 11. Сплошной однородный диск массы $m = 1,5 \text{ кг}$ и радиуса $R = 2 \text{ м}$ катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Скорость центра масс диска изменяется по закону $V_c = 5 + 10t \text{ [м/с]}$, где t - время в секундах. Модуль главного вектора сил инерции равен Н

- 1) 18;
 2) 22;
 3) **15;**
 4) 28;
 5) 24.



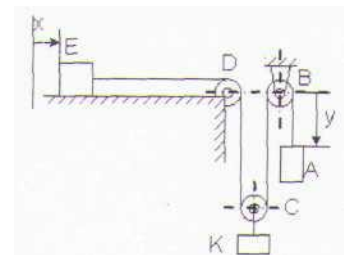
Вопрос 12. Связи называются удерживающими если их уравнение:

- 1) **записано в виде равенства;**
 2) записано в виде неравенства;
 3) содержит время;
 4) не содержит время.

Вопрос 13. Известны массы тел m_E , m_A и m_K - двигающихся при помощи невесомых нитей и блоков.

При отсутствии трения, обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате X , равна,,.

- 1) $\frac{m_E + m_K}{2} g$
 2) $(m_E + m_K + m_A)g$
 3) $(m_E + m_K)g$



4) $\frac{m_K}{2} g$

Вопрос 14. Возможные перемещения направлены:

- 1) в направлении действия силы;
- 2) в направлении ускорения;
- 3) **по линии скорости;**
- 4) перпендикулярно линии скорости.

Вопрос 15. Связи называются стационарными, если

- 1) в уравнение связи входит время;
- 2) **в уравнение связи не входит время;**
- 3) уравнение связи записано равенством;
- 4) уравнение связи записано неравенством.

Вариант № 2 работы по разделу «Динамика»

Вопрос 1. Материальная точка движется под действием силы \vec{F} . Вектор силы направлен

- 1) по скорости;
- 2) по нормали к траектории;
- 3) по направлению ускорения;
- 4) противоположно ускорению.

Вопрос 2. Проекция силы, действующей на точку, на касательную к траектории равна

- 1) ma ;
- 2) $m\ddot{x}$;
- 3) $\frac{mv^2}{\rho}$;
- 4) $\frac{mdv_T}{dt}$.

Вопрос 3. Что называют количеством движения материальной точки?

- 1) произведение массы на ускорение точки;
- 2) произведение массы на скорость точки;
- 3) произведение скорости на время движения точки.

Вопрос 4. Материальная точка массой 1 кг движется по прямой. Скорость точки изменилась с $V_0=2$ м/с до $V=6$ м/с. Определить модуль импульса равнодействующей всех сил за этот промежуток времени.

- 1) 8;
- 2) 6;
- 3) 4;
- 4) 2.

Вопрос 5. По какой формуле определяется момент инерции материальной точки относительно оси

- 1) $J=mr$
- 2) $J=mr^2$
- 3) $J=mr^2/2$
- 2)

Вопрос 6. Кинетический момент тела, вращающегося вокруг оси z остается постоянным во все время движения, если

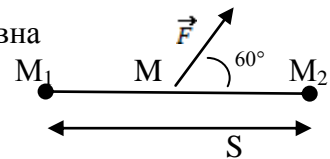
- 1) $Mz=0$
- 2) $Mx=0$
- $My=0$
- $M_0=0$

Вопрос 7. Момент инерции диска массой $m=2$ кг и радиусом $r=0,5$ м, который вращается вокруг оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, равен

- 1) $1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$;
- 2) $0,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$;
- 3) $0,25 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$;
- 4) $2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

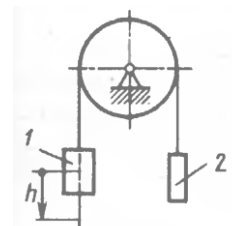
Вопрос 8. Работа силы $F=20$ Н на перемещении $S=6$ м равна

- 1) **60 Н·м;**
- 2) 50 Н·м;
- 3) 40 Н·м;
- 4) 30 Н·м;
- 5) 16 Н·м.



Вопрос 9. Грузы 1 и 2 массой $m_1=2$ кг и $m_2=1$ кг подвешены к концам гибкой нити, перекинутой через блок. Определить скорость груза в момент времени, когда он опустился на высоту $h=3$ м. Движение грузов начинается из состояния покоя.

- 1) 3;
- 2) **4,43;**
- 3) 5,54;
- 4) 12.



Вопрос 10. Связи называются удерживающими если их уравнение:

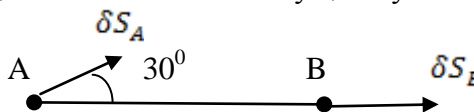
- 1) записано в виде равенства;
- 2) записано в виде неравенства;
- 3) содержит время;
- 4) не содержит время.

Вопрос 11. Связи называются стационарными, если:

- 5) в уравнение связи входит время;
- 6) в уравнение связи не входит время;
- 7) уравнение связи записано равенством;
- 8) уравнение связи записано неравенством.

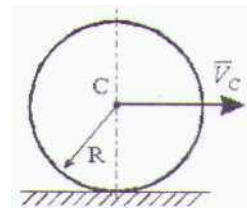
Вопрос 12. Между возможными перемещениями точек A и B существует зависимость

- 2) $\delta S_A = \delta S_B$ 2) $\delta S_A = -\delta S_B$
- 3) $\delta S_A \cos 30^\circ = \delta S_B$ 4) $\delta S_A \sin 30^\circ = \delta S_B$



Вопрос 13. Сплошной однородный диск массы $m = 1,5 \text{ кг}$ и радиуса $R = 2 \text{ м}$ катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Скорость центра масс диска изменяется по закону $V_c = 3 + 12t \text{ [м/с]}$, где t - время в секундах. Модуль главного вектора сил инерции равен Н

- 1) 18;
- 2) 22;
- 3) 15;
- 4) 28;
- 5) 24.



Вопрос 14. Работа каких сил входит в общее уравнение динамики:

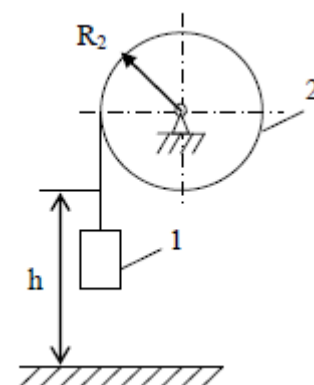
- 1) активных;
- 2) сил инерции;
- 3) внешних;
- 4) активных и сил инерции.

Вопрос 15. Груз поднимают с помощью лебедки с ускорением 4 м/с . Масса груза 100 кг . Натяжение троса равно:

- 1) 981 Н; 2) 1381 Н; 3) 1621 Н; 4) 400 Н.

Критерии оценки:

Каждое контрольное тестовое задание содержит 15 вопросов, правильный ответ оценивается в 1 балл, неверный ответ – 0 баллов. Таким образом, максимальный балл за задание – 15 баллов, минимальный, определяющий прохождение тестирования (60 % правильных ответов) – 9 баллов.



2.2.2 Индивидуальные домашние задания

Текущий контроль успеваемости студентов осуществляется посредством оценки выполнения индивидуального домашнего задания, включающего 5 задач.

Студент во всех задачах выбирает номер рисунка по последней цифре, а номер варианта данных в таблице – по предпоследней цифре номера зачетной книжки.

Каждая задача выполняется на листах формата А4 с одной стороны. Сверху указывается номер задачи и тема, далее записываются данные из таблицы, и делается чертёж. Чертёж выполняется линейкой и циркулем, основные линии должны быть в два раза толще вспомогательных. На чертеже все углы должны соответствовать условию, размеры выполняются пропорционально данным. Слева оставляются поля – 20 мм. Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями.

Каждая правильно выполненная задача оценивается в 3 балла.

Задача С.1 Определение реакций опор твердого тела: плоская система сил.

Жёсткая рама, расположенная в вертикальной плоскости, закреплена в точке А неподвижным шарниром, а в точке В подвижным шарниром (рис 1). На участке АС действует равномерно распределенная нагрузка интенсивности q . К раме приложена пара сил с моментом M и сила F . Значения F , M , q , a , α приведены в таблице 1. Определить реакции связей в точках А и В.

Таблица 1 – Данные к задаче С1

Номер варианта данных	F , кН	M , кН·м	q , кН/м	a , м	α , град
0	2	4	2	2	30
1	3	3	3	1	60
2	4	2	4	3	45
3	5	5	2	2	45
4	6	7	3	4	60
5	7	3	4	5	30
6	8	4	2	1	30
7	9	5	3	3	45
8	10	6	4	2	60
9	11	7	1	4	30

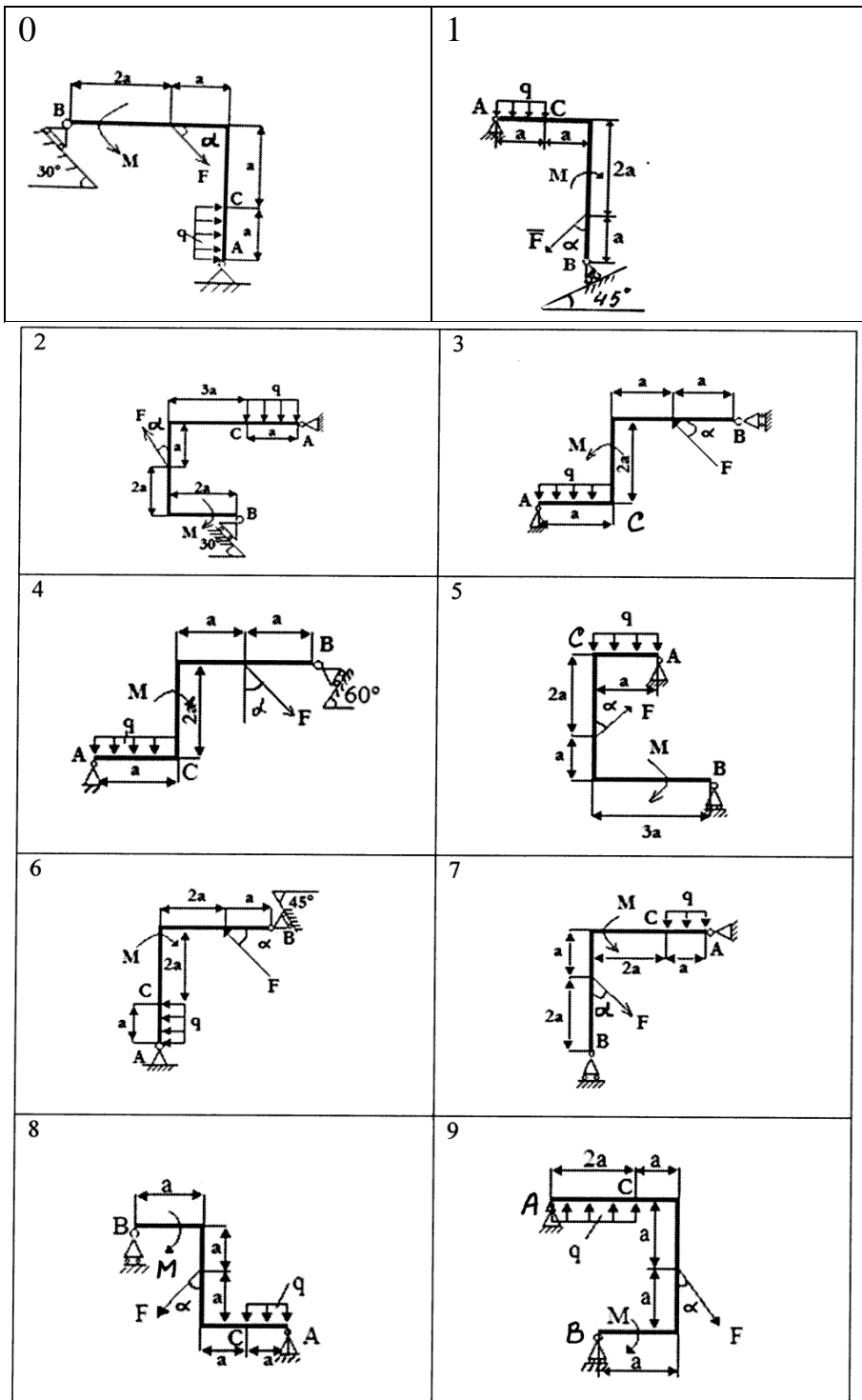


Рисунок 1 – К задаче С1

Образец решения:

Пример 1. Балка АВ (рис. 8) находится в равновесии. Сила $G=10$ кН, момент пары сил $M=8$ кНм, интенсивность распределенной нагрузки $q=0,5$ кН/м, $P=5$ кН; размеры указаны в м.

Определить реакции неподвижного цилиндрического шарнира А и невесомого жесткого стержня CD.

Решение: Рассмотрим равновесие балки АВ (рис. 2).

Изобразим задаваемые силы, действующие на балку: сила \bar{G} , равнодействующая \bar{Q} равномерно-распределенной нагрузки, по величине равная $Q = 2 \cdot q = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ кН}$ и приложенная в середине участка действия этой нагрузки; пара сил с моментом M ; сила \bar{S} натяжения троса, модуль которой равен P и которая направлена вдоль троса от балки.

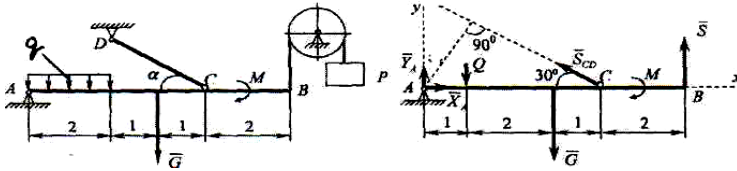


Рисунок 2 – К примеру 1

Отбрасываем связи: шарнирно-неподвижную опору А и невесомый жесткий стержень CD. Действие связей заменяем их реакциями (рис. 9). Реакцию опоры А представляем двумя составляющими \bar{X}_A и \bar{Y}_A . Силу реакции стержня \bar{S}_{CD} направляем вдоль стержня от балки (можно ввести ее и в обратном направлении).

Для плоской произвольной системы сил, приложенных к балке, составляем три уравнения равновесия:

$$\sum M_A(\bar{F}_K) = 0; -Q \cdot 1 - G \cdot 3 + S_{CD} \cdot 4 \cdot \sin 30^\circ - M + S \cdot 6 = 0;$$

$$\sum F_{KX} = 0; X_A - S_{CD} \cdot \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{KY} = 0; Y_A - Q - G + S_{CD} \cdot \cos 60^\circ + S = 0.$$

Решив систему уравнений, получим:

$$S_{CD} = \frac{Q \cdot 1 + G \cdot 3 + M - S \cdot 6}{4 \sin 30^\circ} = \frac{1 \cdot 1 + 10 \cdot 3 + 8 - 5 \cdot 6}{4 \cdot 0,5} = 4,5 \text{ кН.}$$

$$X_A = S_{CD} \cdot \cos 30^\circ = 4,5 \cdot 0,866 = 3,90 \text{ кН.}$$

$$Y_A = Q + G - S_{CD} \cos 60^\circ - S = 1 + 10 - 4,5 \cdot 0,5 - 5 = 3,75 \text{ кН.}$$

Значения X_A , Y_A , S_{CD} получились положительными. Следовательно, принятые направления этих сил совпадают с их действительными направлениями.

Задача К2. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела при поступательном и вращательном движениях.

По заданному уравнению прямолинейного поступательного движения груза 1 определить в момент времени $t=t_1$ скорость и ускорение точки М и изобразить все векторы на чертеже в масштабе (табл. 2, рис. 3)

Таблица 2 – Данные к задаче К2

Номер варианта данных	Радиусы колес, см.			Уравнение движения груза 1 $x=x(t)$, см.	$t=t_1$, с
	R_2	r_2	R_3		
0	20	15	5	$100t^2+10$	0,1
1	60	40	15	$12t+4t^2$	1
2	40	30	8	$80t^2$	0,25
3	40	30	10	$8t+2t^2$	1
4	15	10	4	$25t^2$	0,1
5	50	10	5	$5t+30t^2$	0,5
6	40	30	15	$7+40t^2$	0,2
7	30	20	6	$60t^2+5t$	1/3
8	40	30	10	$10t^3+2t$	1
9	40	30	12	$2t^4$	0,5

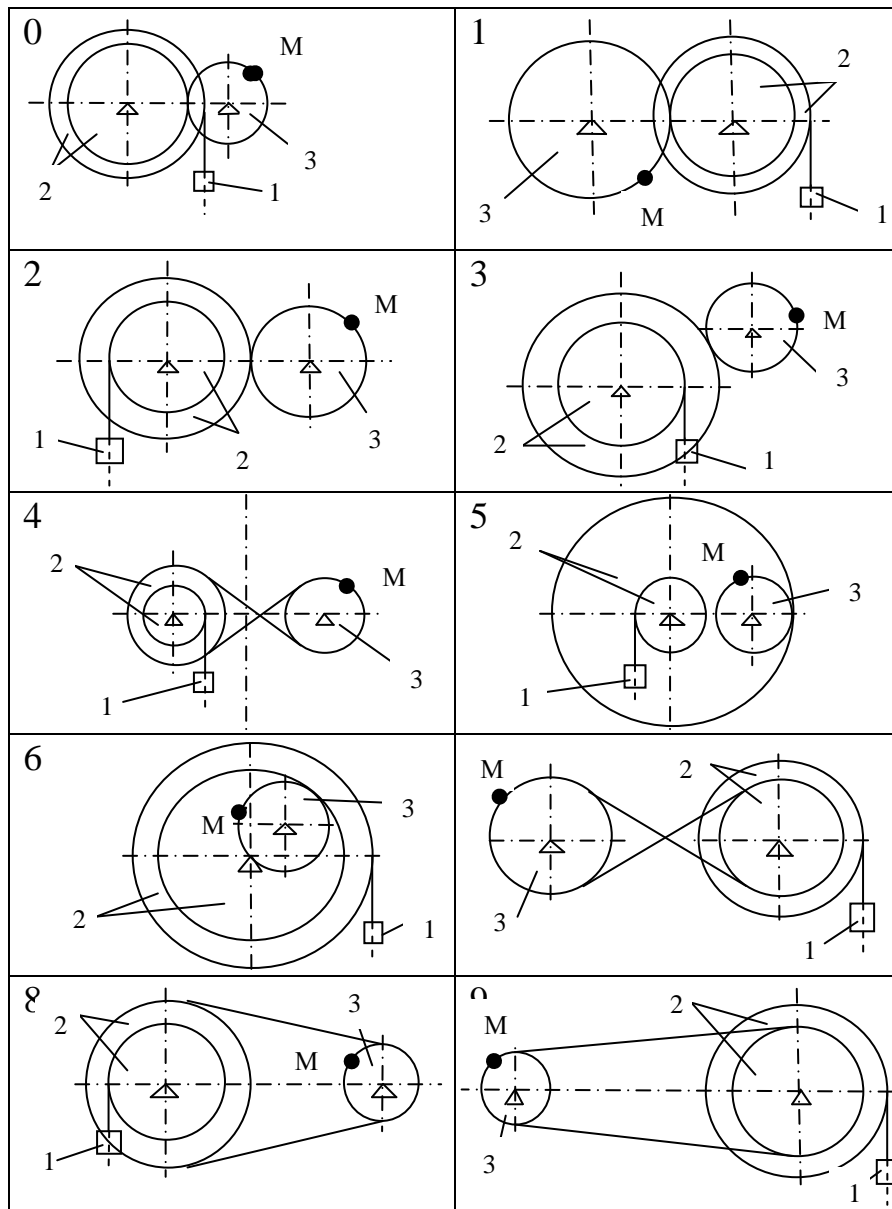
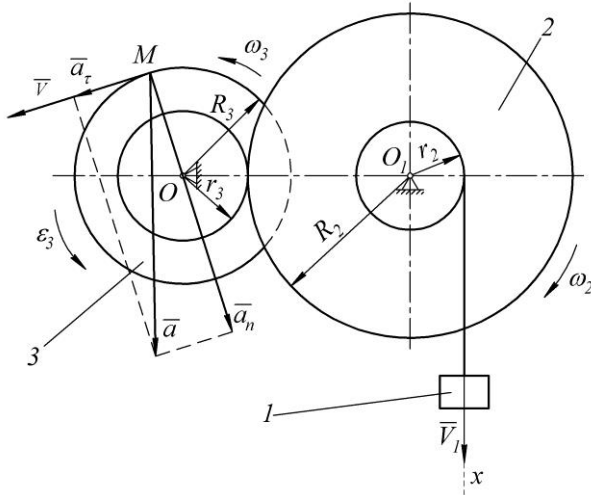


Рисунок 3 – К задаче К2

Пример 3. Груз 1 движется по закону $x = 5 + 40t^2$. Определить скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки М механизма в момент времени, когда путь S , пройденный грузом, равен 10 см, если $R_2 = 30$ см, $r_2 = 10$ см, $R_3 = 20$ см, $r_3 = 12$ см (рис. 28), где x – в см, t – в с.



Решение: Находим момент времени t_1 , когда $S = 10$ см:

$$S = x(t = t_1) - x(t = 0) = 40t_1^2; \quad t_1 = \sqrt{\frac{S}{40}} = \sqrt{\frac{10}{40}} = 0,5 \text{ с.}$$

Определяем скорость груза 1:

$$V_1 = \dot{x} = 80t.$$

Далее находим угловую скорость колеса 2, исходя из нерастяжимости нити и, следовательно, равенстве скорости груза 1 и точки на ободе колеса 2 радиуса r_2 , т.е. $V_1 = \omega_2 r_2$. Тогда:

$$\omega_2 = \frac{V_1}{r_2} = \frac{80t}{10} = 8t.$$

Направление угловой скорости соответствует направлению скорости груза 1

Считаем, что колёса 2 и 3 находятся в зацеплении без проскальзывания. Следовательно, скорость общей точки колёс одинакова, т.е.:

$$\omega_3 r_3 = \omega_2 R_2.$$

Откуда определяем угловую скорость и угловое ускорение колеса 3:

$$\omega_3 = \frac{\omega_2 R_2}{r_3} = \frac{8t \cdot 30}{12} = 20t \frac{\text{рад}}{\text{с}},$$

$$\epsilon_3 = \dot{\omega}_3 = 20 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}.$$

В момент времени $t_1 = 0,5$ с:

$$\omega_3 = 20 \cdot 0,5 = 10 \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad \epsilon_3 = 20 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}.$$

Вследствие зацепления колёс 2 и 3 направление угловой скорости ω_3 соответствует направлению угловой скорости ω_2 , как показано на рисунке. Угловое ускорение ϵ_3 направлено по угловой скорости ω_3 , т.к. величины ϵ_3 и ω_3 одинакового знака. По формулам определяем скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки М:

$$V = \omega_3 R_3 = 10 \cdot 20 = 200 \frac{\text{см}}{\text{с}},$$

$$a_\tau = \varepsilon_3 R_3 = 20 \cdot 20 = 400 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}, \quad a_n = \omega_3^2 R_3 = 10^2 \cdot 20 = 2000 \frac{\text{см}}{\text{с}^2},$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{400^2 + 2000^2} = 2039,6 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Вектор скорости направлен перпендикулярно радиусу ОМ в сторону вращения колеса 3, нормальное ускорение – по радиусу к центру колеса, а касательное – перпендикулярно радиусу по направлению углового ускорения ε_3 .

Задача Д1. Первая задача динамики. Материальная точка массы $m = 0.2$ кг движется согласно уравнениям $x = x(t)$, $y = y(t)$; (x , y – в метрах, t – в секундах). Определить силу F , под действием которой происходит движение и постройте ее проекции на чертеже. Уравнение движения $x(t)$ и время t_1 заданы в таблице 1, а уравнение $y(t)$ на рисунке 1. Определите координаты точки в момент времени t .

Таблица 1 – К задаче Д1

Номер варианта данных	Уравнение движения $x = x(t)$, м	Время t_1 , с
0	$t^2 - 2$	1
1	$4 + 2t^2$	2
2	$2(t+1)^2$	2
3	$2t + 3t^3$	1
4	$t^3 - t^2$	1
5	$3t^4 - t$	2
6	$4t + t^2$	2
7	$2t^3$	1
8	$(t+1)^3$	1
9	$t^2 + 2t^3$	2



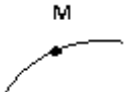
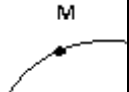




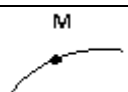
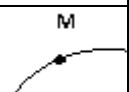
0	$y = 4 - 9 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$		5	$y = -10 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	
1	$y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$		6	$y = 3 - \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	
2	$y = 10 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$		7	$y = 6 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	
3	$y = 2 - 4 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$		8	$y = 4 - 9 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	
4	$y = 9 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$		9	$y = 8 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 6$	

Рис. 1 – Уравнение движения

Пример к задаче Д1. Материальная точка массы $m=0,1$ кг движется согласно уравнениям $x=t^2$, $y=2 \cos \frac{\pi}{3}t$ (x, y – метрах, t – секундах). Определить силу F , под действием которой происходит движение точки в момент $t_1 = 1$ с.

Решение. Определим координаты точки в момент t_1 :

$$x = 1\text{ м}; \quad y = 2 \cos \frac{\pi}{3} = 1\text{ м. (рис.2)}$$

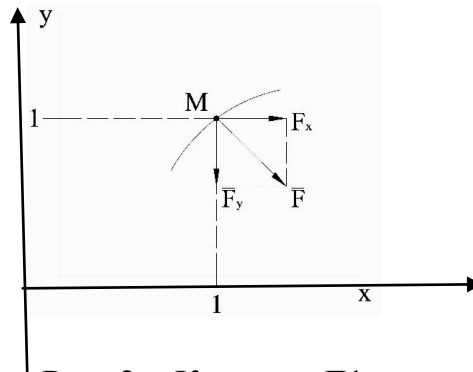


Рис. 2 – К задаче Д1

Определим проекции скорости и ускорения на оси x и y

$$\frac{dx}{dt} = 2t, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = 2m/c^2, \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3}t, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{2\pi^2}{9} \cos \frac{\pi}{3}t.$$

В момент времени $t=1$ с

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 2m/c^2, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = -1,1m/c^2.$$

Проекции силы на оси координат найдем согласно уравнению (3):

$$F_x = ma_x = 0,1 \cdot 2 = 0,2\text{ Н}; \quad F_y = ma_y = -0,1 \cdot 1,1 = -0,11\text{ Н}.$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{0,2^2 + 0,11^2} = 0,228\text{ Н}.$$

Координаты x, y и проекции F_x, F_y строим в масштабе. Сила F всегда направлена в сторону вогнутости траектории.

Задача Д2. Теорема об изменении кинетического момента. Однородная горизонтальная платформа (круглая радиуса R м или прямоугольная со сторонами $2R$ и R) массой $m_1 = 24$ кг вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_0 = 6$ рад/с вокруг вертикальной оси Z , отстоящей от центра масс C платформы на расстоянии $OC = b$ (рис. 3). В момент $t_0 = 0$ по желобу платформы начинает двигаться (под действием внутренних сил) груз D массы $m_2 = 6$ кг по закону $S = AD = f(t)$, где t выражено в секундах. Одновременно на платформу начинает действовать пара сил с моментом M . Определить угловую скорость платформы в момент времени $t_1 = 1$ с. Данные приведены в таблице 3, $R = 2$ м. Изображая чертеж решаемой задачи, провести ось Z на заданном расстоянии OC от центра C .

Таблица 3 – К задаче Д2

№ варианта	b	S=f(t), м	M, Н·м
0	R	$2t^2-1,2t$	$3t^2$
1	R/2	t^3	$5t$
2	R/2	$0.8t^2$	$6t$
3	R/2	$2t-1,5t^3$	$2t^2$
4	R	$2t^3-t$	$8t$
5	R/2	$0.5t^2$	$6t^2$
6	R/2	$0.6t^3$	$7t$
7	R/2	$t^2-0.5t$	$2t^4$
8	R	$1,5t^2-t$	$5t^2$
9	R/2	$2t^2-t$	$9t^2$

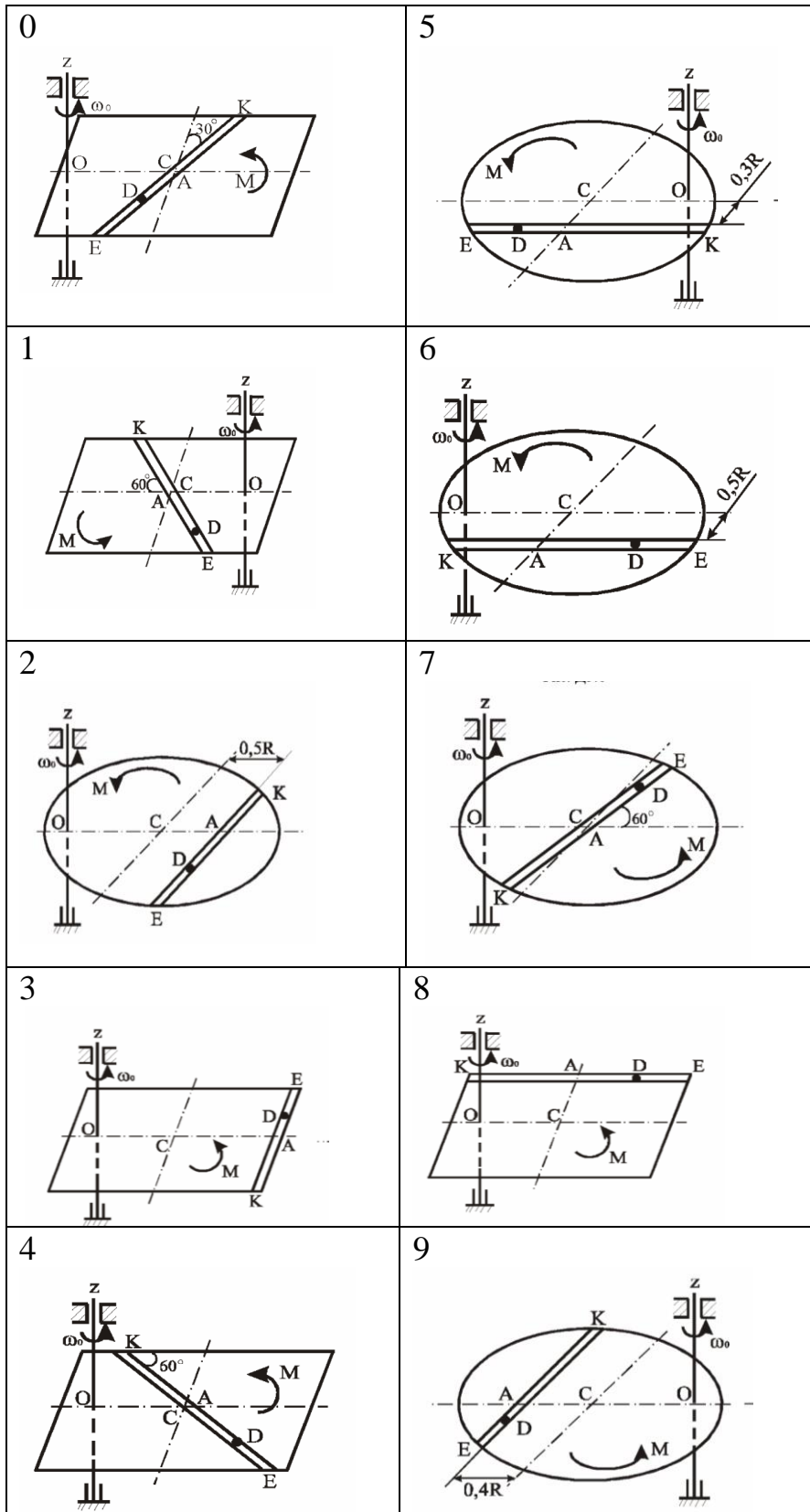


Рис. 3 – К задаче Д2

Пример к задаче Д2. Однородная горизонтальная прямоугольная платформа со сторонами $2l$ и $l = 0,5$ м массой $m_1 = 18$ кг вращается с угловой скоростью $\omega_0 = 2$ рад/с вокруг вертикальной оси z (рис. 11). В момент времени $t_0 = 0$ по желобу AB

платформы начинает двигаться (под действием внутренних сил) груз D массой $m_2 = 8$ кг по закону $S=AD=f(t)$ ($s = 0,4t^2$ м, t – в секундах). Одновременно на платформу начинает действовать пара сил с моментом $M = 6t$ Н·м. Пренебрегая массой вала, определить угловую скорость платформы как функцию времени, т.е. $\omega = f(t)$.

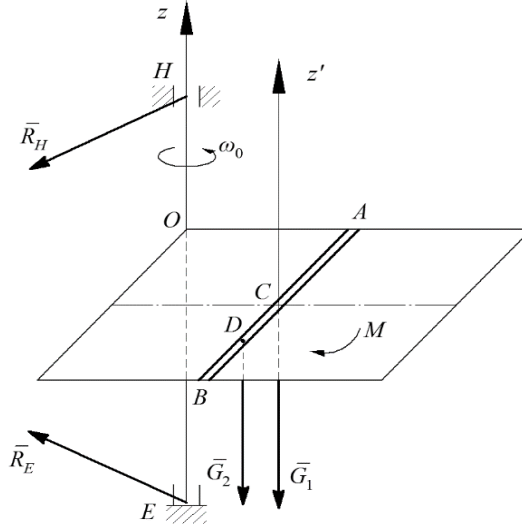


Рис. 4 – К задаче Д3

Решение. Рассмотрим механическую систему, состоящую из платформы и груза D (см. рис. 11). На систему действуют внешние силы: силы тяжести \bar{G}_1, \bar{G}_2 ; силы реакции опор \bar{R}_E, \bar{R}_H и пара сил с моментом M . Направим ось z по оси вращения платформы.

Для определения ω применим теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси z :

$$\frac{dL_z}{dt} = \sum_{k=1}^N M_z(\bar{F}_k^{(e)}) \quad (12)$$

Так как силы \bar{G}_1 и \bar{G}_2 параллельны оси z , а реакции \bar{R}_E и \bar{R}_H пересекают её, то их моменты относительно оси z равны нулю. Тогда:

$$\sum_{k=1}^N M_z(\bar{F}_k^{(e)}) = -M = -6t \quad (13)$$

В этом выражении момент M взят со знаком минус, так как он действует по часовой стрелке при наблюдении с положительного направления оси z .

Подставляя (13) в (12), получаем:

$$\frac{dL_z}{dt} = -6t.$$

Умножим обе части этого уравнения на dt и проинтегрируем:

$$L_z = -3t^2 + C_1, \quad (14)$$

Для рассматриваемой механической системы:

$$L_z = L_z^{pl} + L_z^D \quad (15)$$

где $L_z^{пл}$ и L_z^D – кинетические моменты относительно оси z платформы и груза D соответственно.

Платформа вращается вокруг неподвижной оси z . Поэтому $L_z^{пл} = I_z \omega$. Значение момента инерции I_z находим по теореме Гюйгенса-Штейнера:

$$I_z = I_{Cz'} + m_1 OC^2 = I_{Cz'} + m_1 \frac{5}{4} l^2.$$

Здесь $I_{Cz'}$ – момент инерции относительно оси z' , параллельной оси z и проходящей через центр масс C платформы.

Известно (см. табл. 3), что:

$$I_{Cz'} = m_1 \frac{l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}{3} = 5m_1 \frac{l^2}{12}.$$

Тогда:

$$I_z = 5m_1 \frac{l^2}{12} + m_1 \frac{5}{4} l^2 = 20m_1 \frac{l^2}{12} = \frac{5}{3} m_1 l^2.$$

Следовательно,

$$L_z^{пл} = \frac{5}{3} m_1 l^2 \omega. \quad (16)$$

При определении L_z^D учтем, что груз D совершает сложное движение. Движение груза по платформе является относительным, а вращение платформы вокруг оси z – переносным. Тогда абсолютная скорость груза:

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_e,$$

где \vec{v}_r и \vec{v}_e – относительная и переносная скорости груза соответственно (рис. 5).

Так как груз D движется по закону $s = CD = 0,4t^2$, то $v_r = \dot{s} = 0,8t$; вектор \vec{v}_r направлен в сторону положительного отсчета расстояния s . Далее, учитывая направление ω , изображаем вектор \vec{v}_e ($\vec{v}_e \perp OD$); модуль $v_e = \omega \cdot OD$.

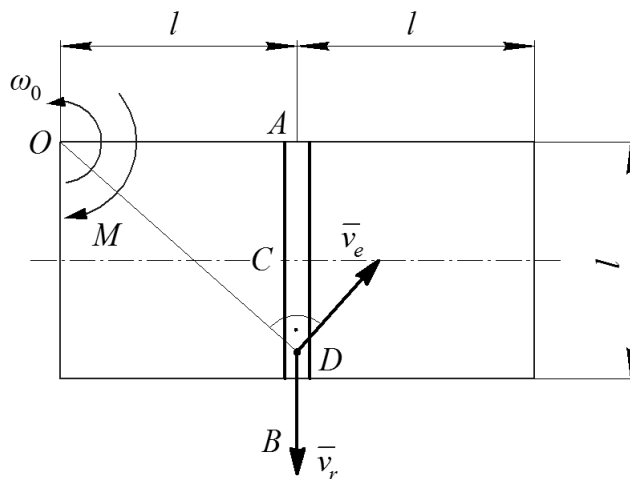


Рис. 5 – К задаче ДЗ

Тогда:

$$L_z^D = M_z(m_2 \vec{v}) = M_z(m_2 \vec{v}_r) + M_z(\vec{v}_e) = -m_2 v_r \cdot OA + m_2 v_e \cdot OD = -m_2 0,8tl + m_2 \omega OD^2. \quad (17)$$

Из рисунка 5 видно, что:

$$OD^2 = l^2 + s^2 = l^2 + 0,16t^4.$$

Подставляя эту величину в выражение (17), получаем:

$$L_z^D = -0,8m_2lt + m_2\omega(l^2 + 0,16t^4) \quad (18)$$

Учитывая выражения (16) и (18), в соответствии с (15) находим:

$$L_z = \frac{5m_1l^2}{3}\omega + m_2\omega(l^2 + 0,16t^4) - 0,8m_2lt,$$

или, подставляя исходные числовые данные,

$$L_z = (7,5 + 2 + 1,28t^4)\omega - 3,2t.$$

Тогда уравнение (14) примет вид:

$$(9,5 + 1,28t^4)\omega - 3,2t = -3t^2 + C_1.$$

Постоянную C_1 определяем из начальных условий: при $t=0, \omega=\omega_0 = 2$ рад/с. Получаем $C_1=19$. Подставляя это значение в последнее выражение, окончательно находим $\omega=f(t)$, т. е.:

$$\omega = \frac{19 - 3t^2 + 3,2t}{9,5 + 1,28t^4}, \text{ при } 0 \leq t \leq 1,1 \text{ с (движение груза D ограничено размерами}$$

платформы, т.е. $s \leq l=0,5$ м).

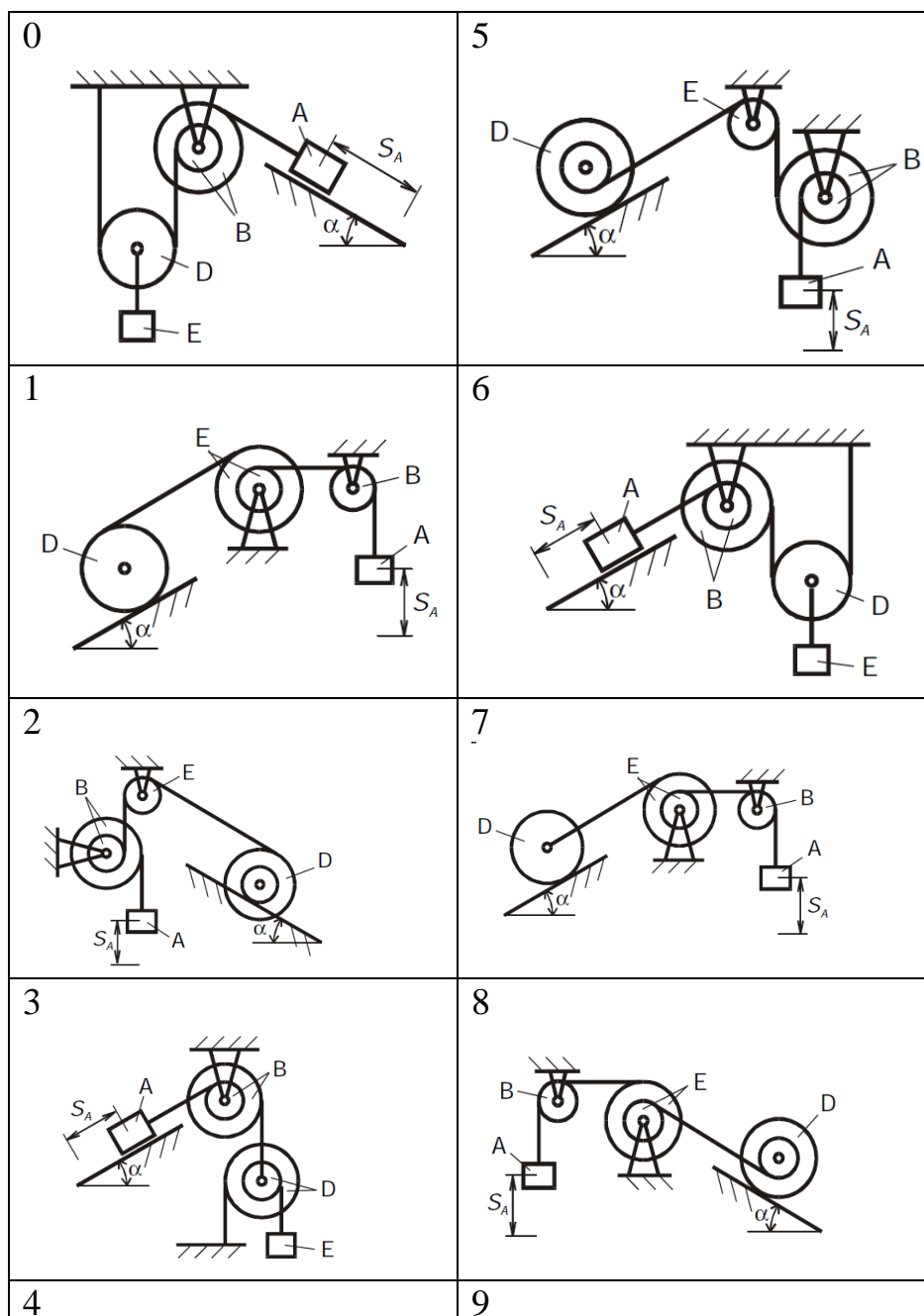
Ответ: $\omega = \frac{19 - 3t^2 + 3,2t}{9,5 + 1,28t^4}$, рад/с; $0 \leq t \leq 1,1$ с.

Задача Д3. Теорема об изменении кинетической энергии. Механическая система приходит в движение из состояния покоя под действием сил тяжести (рис.6). Определить скорость груза 1 в момент времени, когда его перемещение станет равным $S=S_A=0,4$ м. Учитывается трение скольжения тела А и сопротивление качению тела D, катящегося без скольжения. Другими силами сопротивления и массами нерастяжимых нитей пренебрегаем. Массы тел – m_A, m_B, m_D, m_E ; радиусы больших и малых окружностей тел В, D, Е - $R_B, r_B, R_D, r_D, R_E, r_E$; радиусы инерции тел В, D, Е – ρ_B, ρ_D, ρ_E (если диски ступенчатые, в противном случае из таблицы берется больший радиус и момент инерции рассчитывается по формуле для цилиндра (диска)); α – угол наклона плоскости к горизонту; коэффициент трения скольжения тела А – f ; коэффициент трения качения – $\delta=0,001$ м.

Таблица 4 – К задаче Д3

№ варианта	m_A	m_B	m_D	m_E	R_B	r_B	R_D	r_D	R_E	r_E	ρ_B	ρ_D	ρ_E	α	f	δ
	кг				м											
0	9	6	4	8	12	8	10	6	5	3	10	8	4	60	0,1	0,2
1	8	3	10	6	6	4	16	10	8	4	5	12	7	45	0,12	0,3
2	10	6	6	7	12	8	14	8	8	6	10	12	7	30	0,14	0,1

3	6	8	8	10	8	4	6	2	10	8	6	4	9	60	0,2	0,2
4	12	8	4	12	20	10	8	4	9	3	16	7	5	45	0,3	0,3
5	10	12	8	6	12	6	8	4	6	2	10	6	4	30	0,15	0,1
6	8	10	8	5	16	8	10	6	10	5	14	8	8	30	0,18	0,2
7	6	12	4	8	14	10	8	4	8	4	12	6	6	45	0,2	0,3
8	10	14	12	9	16	12	14	8	10	5	14	10	8	60	0,1	0,1
9	8	10	6	7	16	8	12	6	12	6	10	10	6	45	0,3	0,2



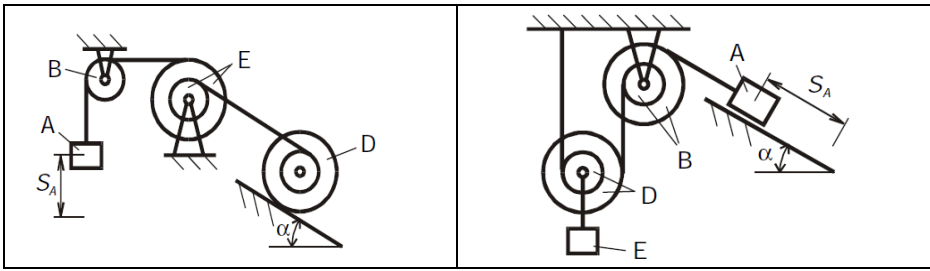


Рис. 6 – К задаче ДЗ

Пример к задаче ДЗ. Механическая система (рис. 7) состоит из груза 1, ступенчатого шкива 2 с радиусами ступеней $R = 0,3$ м, $r = 0,1$ м и радиусом инерции относительно оси вращения $\rho_{2x} = 0,2$ м, блока 3, подвижного блока 4 и катка 5 радиусами $R_4 = R_5 = 0,2$ м, катящегося по наклонной плоскости без скольжения. Тела 4 и 5 считать сплошными однородными цилиндрами. Коэффициент трения скольжения груза 1 о плоскость $f = 0,1$. Коэффициент трения качения катка 5 по плоскости $\delta = 0,2$ см. Тела системы соединены между собой нерастяжимыми нитями, перекинутыми через блоки и намотанными на шкив 2; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. К катку 5 прикреплена пружина с коэффициентом жесткости $c = 200$ Н/м.

Под действием силы $F = 60(4 + 10s)$ Н, зависящей от перемещения s точки ее приложения, система приходит в движение из состояния покоя; деформация пружины в момент начала движения равна нулю. При движении на шкив 2 действует постоянный момент $M = 0,6$ Н·м сил сопротивления от трения в подшипниках.

Определить скорость v_1 груза 1 в момент времени, когда перемещение $s = 0,2$ м, если массы тел равны: $m_1 = 2$ кг, $m_2 = 4,5$ кг, $m_3 = 0$, $m_4 = \frac{16}{9}$ кг, $m_5 = 2$ кг.

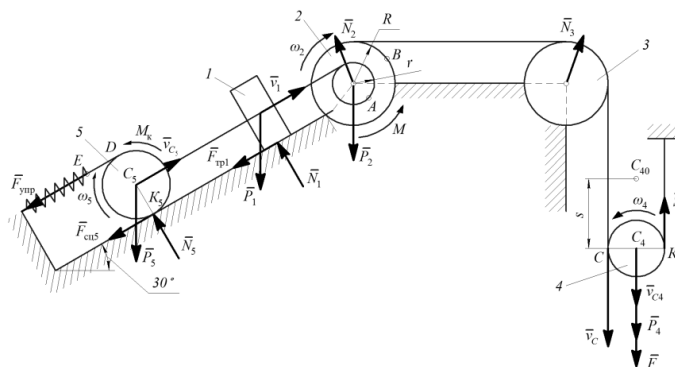


Рисунок 7 – К задаче ДЗ

Решение. Рассмотрим движение неизменяемой механической системы, состоящей их весомых тел 1, 2, 4, 5 и невесомого тела 3, соединенных нерастяжимыми нитями. На рисунке 7 изображена система в произвольном (конечном) положении, в котором перемещение точки C_4 (центра блока 4) приложения силы \bar{F} равно некоторому значению s . Начальное положение системы не изображено, так как последующее определение перемещений точек системы от него не зависит. Если геометрия механической системы такова, что определение перемещений то-

чек системы зависит от ее начального положения, то это положение необходимо также изобразить на рисунке.

Покажем на рисунке все действующие на систему внешние силы: $\bar{F}, \bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_4, \bar{P}_5, \bar{F}_{\text{упр}}, \bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{N}_3, \bar{N}_5$, натяжение нити \bar{S}_4 , сила трения скольжения $\bar{F}_{\text{тр}1}$, сила сцепления $\bar{F}_{\text{сц}5}$, момент сопротивления качению M_k и момент M .

Для определения v_1 воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы в форме (28):

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^N A_k^{(e)}.$$

Так как в начальном положении система находилась в покое, то $T_0 = 0$. Кинетическая энергия T системы в конечном положении равна сумме энергий всех ее тел:

$$T = T_1 + T_2 + T_4 + T_5. \quad (29)$$

Кинетическая энергия блока 3 равна нулю, поскольку $m_3 = 0$. Учитывая, что тело 1 движется поступательно, тело 2 вращается вокруг неподвижной оси, а тела 4 и 5 совершают плоское движение, получаем:

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2, \quad T_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2;$$

$$T_4 = \frac{1}{2} m_4 v_{C_4}^2 + \frac{1}{2} I_{C_4} \omega_4^2, T_5 = \frac{1}{2} m_5 v_{C_5}^2 + \frac{1}{2} I_{C_5} \omega_5^2.$$

Выразим все входящие в выражения скорости через искомую скорость v_1 груза 1. Из рисунка 7 с учетом нерастяжимости нитей получим следующие кинематические зависимости:

$$v_{C_5} = v_1 = v_A, \quad v_B = v_C,$$

где A и B – любые точки на ободьях радиусов r_2 и R_2 шкива 2,

C – точка касания нити с блоком 4.

Также заметим, что точки K_4 и K_5 – мгновенные центры скоростей блока 4 и катка 5. Тогда:

$$v_{C_5} = v_1 = \omega_2 r; \quad \omega_2 R = v_C = \omega_4 \cdot K_4 C;$$

$$v_{C_4} = \omega_4 \cdot K_4 C_4; \quad v_{C_5} = \omega_5 \cdot K_5 C_5.$$

Из этих выражений получаем:

$$\omega_2 = \frac{v_1}{r}, \quad \omega_4 = \frac{\omega_2 R}{K_4 C} = \frac{v_1 R}{2r R_4},$$

$$v_{C_4} = \frac{v_1 R R_4}{2r R_4} = \frac{v_1 R}{2r}, \quad \omega_5 = \frac{v_{C_5}}{K_5 C_5} = \frac{v_1}{R_5},$$

где R_4, R_5 – радиусы блоков 4 и 5 (на рис. 7 не показаны).

Кроме того, входящие в моменты инерции имеют значения:

$$I_2 = m_2 \rho_{2x}^2, \quad I_{C_4} = m_4 R_4^2 / 2, \quad I_{C_5} = m_5 R_5^2 / 2. \quad (30)$$

Подставляя величины из выражений (30) в (29) получаем:

$$T = \left(8m_1 + 8m_2 \frac{i_{2x}^2}{r_2^2} + 3m_4 \frac{R_4^2}{r_2^2} + 12m_5 \right) \frac{v_1^2}{16}$$

или с учетом исходных числовых данных:

$$T = 14,5 v_1^2. \quad (31)$$

Найдем сумму работ всех действующих внешних сил на перемещении системы, когда центр блока 4 пройдет путь s .

Работа силы \bar{F} равна:

$$A_F = \int_0^s 60(4 + 10s) ds = 60(4s + 5s^2). \quad (32)$$

Работа силы тяжести \bar{P}_1 :

$$A_{P_1} = -m_1 g h_1 = -m_1 g s_1 \sin 30^\circ, \quad (33)$$

где s_1 – перемещение груза 1.

Работа силы тяжести \bar{P}_5 :

$$A_{P_5} = -m_5 g h_5 = -m_5 g s_1 \sin 30^\circ. \quad (34)$$

Работа силы тяжести \bar{P}_4 –

$$A_{P_4} = m_4 g h_4 = m_4 g s. \quad (35)$$

Работа силы трения скольжения $\bar{F}_{\text{тр}1}$ –:

$$A_{F_{\text{тр}1}} = -F_{\text{тр}1} s_1.$$

Так как $F_{\text{тр}1} = f N_1 = f m_1 g \cos 30^\circ$, то

$$A_{F_{\text{тр}1}} = -f m_1 g \cos 30^\circ s_1. \quad (36)$$

Работа силы упругости $\bar{F}_{\text{уп}}$

$$A_{F_{\text{уп}}} = \frac{c}{2} (\lambda_0^2 - \lambda^2), \quad (37)$$

Работа пары сил сопротивления вращению шкива 2:

$$A_M = -M \varphi_2, \quad (38)$$

где φ_2 – угол поворота шкива 2.

Работа пары сил сопротивления качению катка 5:

$$A_{M_k} = -M_k \varphi_5, \quad (39)$$

где $M_k = \delta N_5 = \delta m_5 g \cos 30^\circ$, φ_5 – угол поворота катка 5.

Работа остальных сил равна нулю, так как точки K_4 и K_5 , в которых приложе-

ны силы \bar{S}_4, \bar{F}_{c5} – мгновенные центры скоростей блока 4 и катка 5; точки приложения сил $\bar{P}_2, \bar{N}_2, \bar{N}_3$ неподвижны, а реакции \bar{N}_1 и \bar{N}_5 перпендикулярны перемещению тел.

Выразим все линейные и угловые перемещения, входящие в выражения (33)–(39) через перемещение s центра блока 4. Для этого воспользуемся зависимостями, из которых следует:

$$v_1 = \frac{2r}{R} v_{c_4}, \omega_2 = \frac{v_1}{r} = \frac{2}{R} v_{c_4}, \omega_5 = \frac{v_1}{R_5} = \frac{2r}{RR_5} v_{c_4}. \quad (40)$$

Кроме этого, скорость точки E конца пружины равна (рис. 7):

$$v_E = v_D = \omega_5 K_5 D = \omega_5 2R_5$$

$$v_E = \frac{4r}{R} v_{c_4}. \quad (41)$$

После интегрирования обеих частей равенств получаем:

$$s_1 = \frac{2r}{R} s, \quad \varphi_2 = \frac{2s}{R}, \quad \varphi_5 = \frac{2r}{RR_5} s, \quad s_E = \frac{4r}{R} s. \quad (42)$$

Тогда для суммы работ всех внешних сил на рассматриваемом перемещении системы с учетом выражений (33) – (39) и (42) получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sum A_k^{(\varepsilon)} &= A_F + A_{P_1} + A_{P_5} + A_{P_4} + A_{F_{cp1}} + A_{F_{yup}} + A_M + A_{M_k} = \\ &= 60(4s + 5s^2) - \frac{2m_1grs}{R} \sin 30^\circ - \frac{2m_5grs}{R} \sin 30^\circ + m_4gs - \\ &- \frac{2fm_1grs}{R} \cos 30^\circ - \frac{8cr^2s^2}{R^2} - \frac{2Ms}{R} - \frac{2\delta m_5grs}{RR_5} \cos 30^\circ \end{aligned}$$

или, произведя вычисления в соответствии с исходными числовыми данными, получаем:

$$\sum A_k^{(\varepsilon)} = 122,22s^2 + 239,12s. \quad (43)$$

Подставляя выражения (43) и (31) в уравнение теоремы (28) и учитывая, что $T_0 = 0$, получаем:

$$14,5v_1^2 = 122,22s^2 + 239,12s. \quad (44)$$

Из уравнения (44) находим скорость груза 1 при $s = 0,2$ м:

$$v_1 = \sqrt{(122,22 \cdot 0,2^2 + 239,12 \cdot 0,2)/14,5} = 1,91 \text{ м/с.}$$

Ответ: $v_1 = 1,91$ м/с

2.2.3 Практические работы

Практическая работа №1

Определение коэффициента трения скольжения

Цель работы: получить навык в определении опытным путем коэффициента трения скольжения, проверить законы Амонтона-Кулона.

Общие сведения и расчетные зависимости

Трение является одним из наиболее распространенных физических явлений. Силы взаимодействия, возникающие на поверхности соприкосновения тел при движении их относительно друг друга или относительно среды, окружающей тела, называются **силами трения**.

Сила трения всегда направлена против перемещения, поэтому на преодоление силы трения затрачивается энергия. Трение неизменно сопровождает работу любых механизмов, поэтому коэффициент полезного действия их всегда меньше единицы.

Трение всегда тормозит движение, поэтому на преодоление трения на транспорте и в промышленности тратится громадное количество топлива разных видов. Кроме того, трение твердых тел друг о друга вызывает большой износ трущихся поверхностей, т. е. большие потери различных материалов, вызывающие необходимость замены изношенных частей. С этой точки зрения наука и техника должны стремиться к максимальному уменьшению силы трения.

Однако одновременно является и самым полезным явлением природы. Без трения было бы невозможно движение и торможение механизмов, без трения нельзя было бы скреплять детали болтами, гвоздями и т. д., было бы невозможно применение ременных передач. В этом случае необходимо увеличить трение. Таким образом, трение вредно в одних условиях и полезно в других. Чтобы правильно использовать трение в технике, нужно знать законы трения. По характеру взаимодействия тел трение может быть сухим (между твердыми телами) и жидкостным (между твердыми поверхностями, смазанными жидкостями или между слоями жидкости). **Сухое трение** бывает трех видов:

- трение покоя;
- трение скольжения;
- трение качения.

Сила трения между сухими твердыми соприкасающимися поверхностями, возникающая при относительной скорости движения поверхностей, равной нулю, называется **трением покоя**. Чтобы тело начало скользить по поверхности другого тела, нужно приложить к телу $F_{\text{внеш}}$. Максимальное значение силы трения покоя равно той силе, под действием которой тело начинает скользить.

Трение скольжения возникает, когда внешняя сила $F_{\text{внеш}}$ превышает максимальную силу трения покоя $F_{\text{тр макс}}$. Тело начинает скользить и появляется сила трения скольжения. При небольших относительных скоростях сила трения

скольжения меньше, чем сила трения покоя, поэтому сдвинуть с места тяжелый предмет труднее, чем тянуть его по горизонтальной поверхности.

Трение скольжения между разнородными поверхностями меньше, чем между однородными, поэтому вкладыши подшипников скольжения и вал делают из разных материалов. Трение уменьшается также при увеличении твердости трущихся тел.

Трение качения появляется тогда, когда, например, колесо катится по рельсу. Трение качения значительно меньше трения скольжения, поэтому большое применение находят подшипники качения, в которых трение скольжения оси во втулке заменяется трением качения шариков. Потеря на трение в шариковом подшипнике в 20-30 раз меньше, чем в подшипнике скольжения.

Для уменьшения силы трения широко применяются различные смазки. Смазка уменьшает трение в среднем в 6-10 раз. Причина уменьшения трения состоит в том, что твердые поверхности разделяются смазкой и перестают касаться друг друга. При этом скользят относительно друг друга отдельные слои жидкости. Трение между слоями жидкости - это внутреннее трение. Оно значительно меньше внешнего. Для смазки пригодны лишь достаточно вязкие жидкости, которые не выдавливаются из тонкого промежутка между трущимися поверхностями.

На тело, находящееся в покое на шероховатой поверхности под действием системы сил ($\vec{F}_1 \dots \vec{F}_n$) действует реакция \vec{R} , которая имеет две составляющие: \vec{N} - нормальную реакцию и $\vec{F}_{тр}$ - силу трения скольжения (рис. 1).

В результате экспериментальных исследований были установлены законы Амонтона-Кулона.

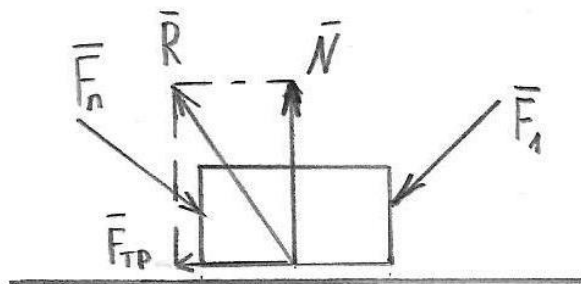


Рис.1

1. Сила трения лежит в касательной плоскости к соприкасающимся поверхностям и направлена в сторону, противоположную возможному перемещению под действием приложенных сил.

2. Сила трения находится в пределах

$$0 \leq F_{тр} \leq F_{тр}^{max};$$

3. Максимальная сила трения достигается в момент начала движения и приближенно равна

$$F_{тр}^{max} = N \cdot f,$$

где f - коэффициент трения скольжения.

4. Коэффициент трения в широких пределах не зависит от площади соприкасающихся поверхностей.

Устройство и принцип работы

Стенд для проведения исследования выполнен в виде сборного основания (рис. 2), состоящего из алюминиевых профилей. На основании шарнирно установлена наклонная плоскость 2, имеющая механизм фиксации и блок 4. Трос 6 одним концом крепится к бруску 3, другим – к подвесу с грузами 5.

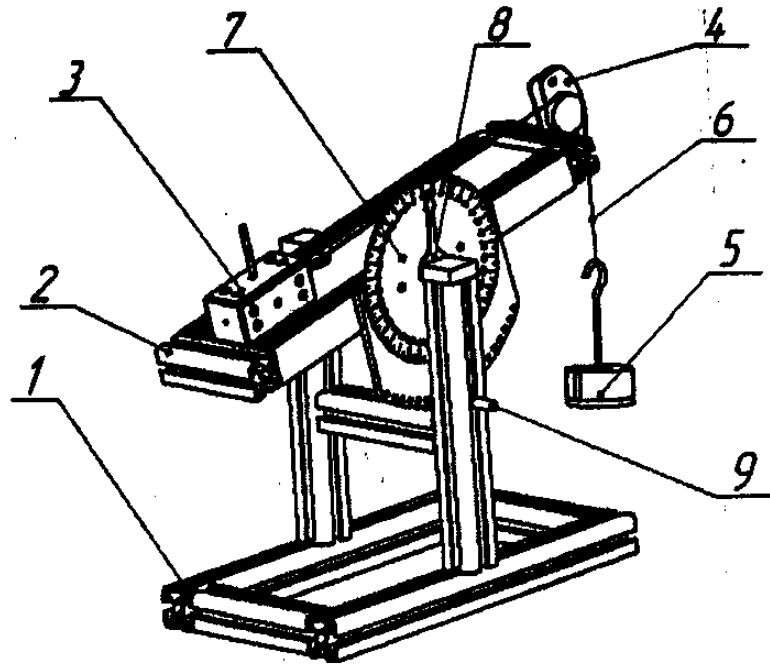


Рис. 2. Схема установки для определения коэффициента трения

На наклонной плоскости имеются полки для установки опорной доски, по которой движется брусок 3, имеющий на четырех гранях пластины из различных материалов. Механизм фиксации представлен сегментом с отверстиями с шагом 5° , который фиксируется относительно рамы штифтом 9. Для указания угла на наклонной плоскости имеется закрепленная шкала 7, а на раме неподвижная стрелка 8.

Весом нити, трением на блоке пренебрегаем.

По условию равновесия в начале движения (рис. 3) сумма всех сил равна нулю

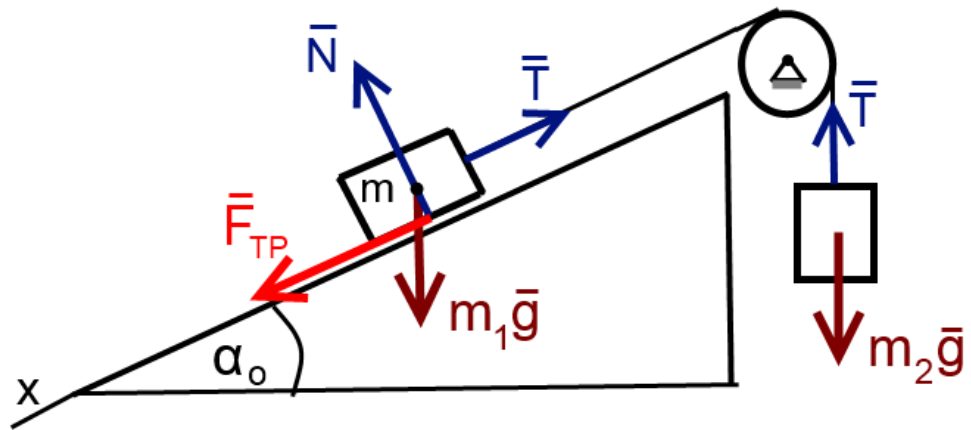


Рис. 3 Схема сил, действующих на брусок

$$m_2 \cdot \bar{g} + \bar{T} + \bar{F}_{\text{тр}} + \bar{N} = 0$$

В проекции на ось x и согласно закона Кулона:

$$m_2 \cdot g - m_1 \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot f - m_1 \cdot g \cdot \sin \alpha = 0$$

Откуда

$$f = \frac{m_2}{m_1 \cdot \cos \alpha} - \text{tg } \alpha,$$

где m_2 - масса грузов на подвесе;

m_1 - масса грузов на бруске;

α - угол наклона плоскости.

Порядок работы

1. Установите необходимый угол наклонной плоскости.
2. Установите брусок на наклонной плоскости с противоположной стороны от блока и нагрузите грузами.
3. Зацепите трос одним концом за крючок бруска, на другой зацепите подвес для грузов.
4. Нагружайте подвес грузами до тех пор, пока брусок не начнет двигаться, преодолев силу трения. В момент начала движения тела сила трения $\bar{F}_{\text{тр}}$ достигает максимального значения.
5. Вычислите коэффициент трения по формуле

$$f = \frac{m_2}{m_1 \cdot \cos \alpha} - \text{tg } \alpha$$

6. Повторите испытания с другим углом наклона поверхности и вычислите среднее значение коэффициента трения для данных трущихся поверхностей.
7. Комбинируя материалы, получите различные значения для коэффициентов трения.

8. Результаты определений оформите в виде таблицы 1.
9. В выводах по работе дайте краткий анализ полученных результатов. Сравните найденные опытным путем значения коэффициентов трения различных трущихся поверхностей с данными табл. 2.

Таблица 1. Протокол испытаний

№ п/п	Трущиеся поверхности	Угол наклона плоскости, град	Масса подвеса с грузами, кг	Значение коэффициента трения	Среднее значение коэффициента трения
1	Сталь-сталь				
2					
3	Алюминий-алюминий				
4					
5	Орг.стекло (полиметилметакрилат) – орг.стекло				
6					
7	Алюминий - сталь				
8					
9	Орг.стекло - сталь				
10					
11	Полистирол-сталь				
12					

Контрольные вопросы

1. На какие составляющие можно разложить реакцию шероховатой поверхности?
2. Как определить направление силы трения?
3. В каких пределах находится сила трения?
4. Когда сила трения достигает максимального значения, чему равно максимальное значение силы трения?
5. Зависит ли сила трения от площади соприкасающихся поверхностей?

Таблица 2. Коэффициенты трения для наиболее распространенных материалов

Комбинация материалов	Коэффициент трения
Алюминий - алюминий	1.05 - 1.35
Алюминиевая бронза - сталь	0.45 -
Алюминий – низкоуглеродистая (малоуглеродистая) сталь	0.61
Тормозные колодки - чугун	0.4
Тормозные колодки - влажный чугун	0.2
Латунь - сталь	0.35
Латунь - чугун	0.3
Кирпич - дерево	0.6
Бронза - чугун	0.22
Спеченная бронза - сталь	0.13
Низкоуглеродистая (малоуглеродистая) сталь - низкоуглеродистая (малоуглеродистая) сталь	0,46
Чугун - чугун	1.1
Чугун - дуб	0.49
Чугун - низкоуглеродистая (малоуглеродистая) сталь	0,4
Медь - медь	1
Медь - чугун	1.05
Медь – низкоуглеродистая сталь	0.53
Алмаз - алмаз	0.1
Алмаз - металл	0.1 - 0.15
Стекло - стекло	0.9 - 1.0
Стекло - металл	0.5 - 0.7
Железо - железо	1.0
Дуб - дуб (вдоль волокон)	0.62
Дуб - дуб (поперек волокон)	0,54
Плексиглас, оргстекло - оргстекло	0,8
Оргстекло - сталь	0.4-0.5
Полистирол – полистирол	0.5
Полистирол - сталь	0.3-0.35
Полиэтилен - сталь	0.2
Резина - сухой асфальт	0.5 - 0.8
Резина - влажный асфальт	0.25 - 0.75
Резина - сухой бетон	0.6 - 0.85
Резина - влажный бетон	0.45 - 0.75
Сапфир - сапфир	0.2
Ф-4, ПТФЭ, РТФЕ, Teflon - Ф-4, ПТФЭ, РТФЕ, Teflon	0,04
Teflon - сталь	0.04

Практическая работа № 2

Определение координат центра тяжести плоской фигуры

Цель работы: сформировать умение определять центр тяжести тела методом подвеса и проверить точность результатов аналитическим методом.

Оборудование и инструмент: плоская однородная фигура, линейка, транспортир,

Общие сведения и расчетные зависимости

Центром тяжести твердого тела называется неизменно связанная с этим телом точка C , через которую проходит линия действия равнодействующей сил тяжести данного тела, при любом положении тела в пространстве.

Существуют два способа определения центра тяжести тела: аналитический и экспериментальный. Аналитический способ определения центра тяжести непосредственно вытекает из понятия центра параллельных сил.

Координаты центра тяжести, как центра параллельных сил, определяются формулами:

$$X_c = \frac{\sum(p_k x_k)}{P}; Y_c = \frac{\sum(p_k y_k)}{P}; Z_c = \frac{\sum(p_k z_k)}{P},$$

где P - вес всего тела; p_k - вес частиц тела; x_k, y_k, z_k - координаты частиц тела.

Для однородного тела вес всего тела и любой её части пропорционален объёму $P = V\gamma$, $p_k = v_k\gamma$, где γ - вес единицы объёма, V - объем тела. Подставляя выражения P, p_k в формулы определения координат центра тяжести и, сокращая на общий множитель γ , получим:

$$X_c = \frac{\sum(v_k x_k)}{V}; Y_c = \frac{\sum(v_k y_k)}{V}; Z_c = \frac{\sum(v_k z_k)}{V}.$$

Точка C , координаты которой определяются полученными формулами, называется *центром тяжести объема*.

Если тело представляет собой тонкую однородную пластину, то центр тяжести определяется формулами:

$$X_c = \frac{\sum(s_k x_k)}{S}; Y_c = \frac{\sum(s_k y_k)}{S},$$

где S – площадь всей пластины; s_k - площадь её части; X_k, Y_k - координаты центра тяжести частей пластины.

Точка C в данном случае носит название *центра тяжести площади*.

Аналитические методы нахождения центров тяжести :

1. *Симметрия*. Если тело имеет центр симметрии, то центр тяжести находится в центре симметрии.

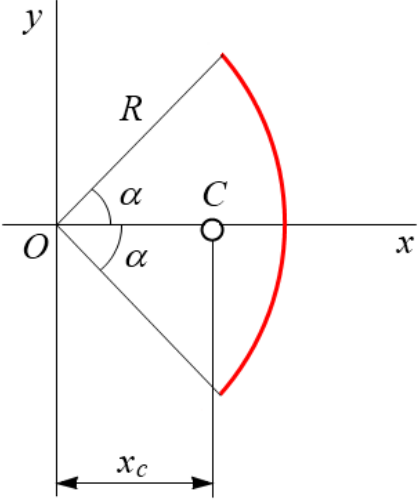
Если тело имеет плоскость симметрии. Например, плоскость XOY , то центр тяжести лежит в этой плоскости.

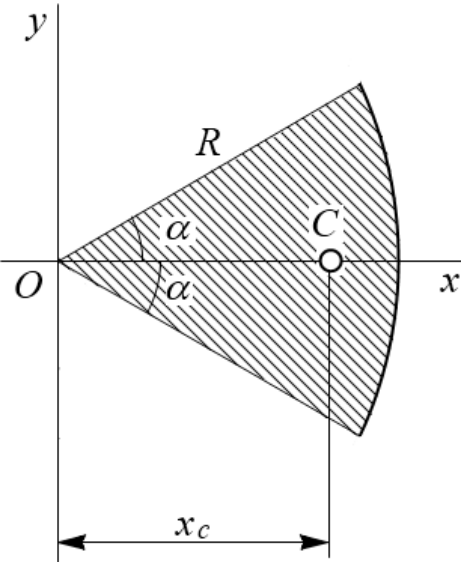
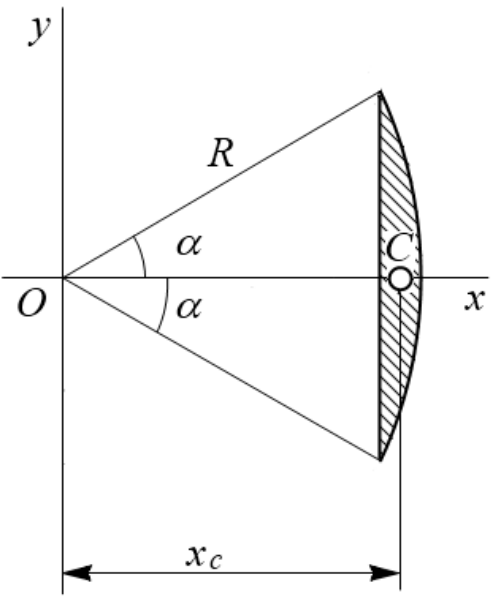
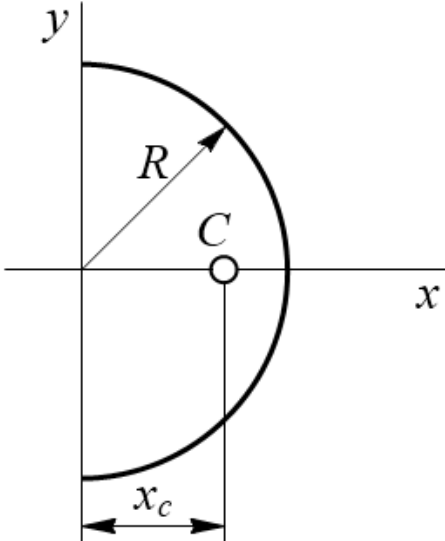
2. *Разбиение.* Для тел, состоящих из простых по форме тел, используется способ разбиения. Тело разбивается на части, центр тяжести которых находится методом симметрии. Центр тяжести всего тела определяется по формулам центра тяжести объема (площади).

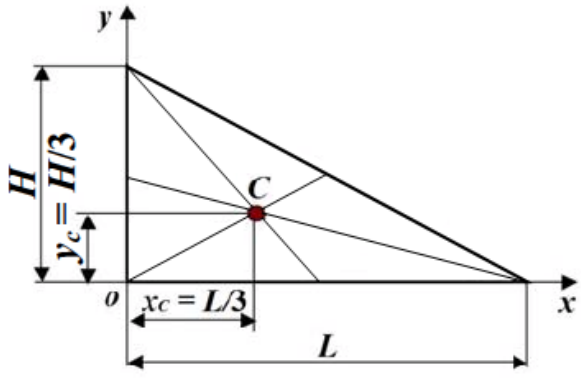
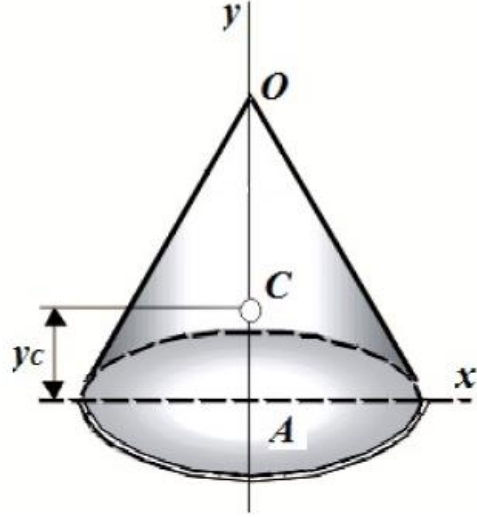
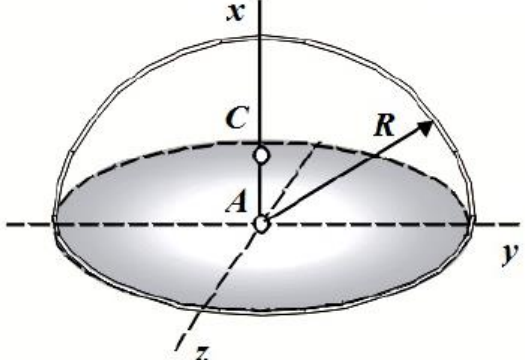
3. *Отрицательные веса.* Этот способ является частным случаем способа разбиения. Он используется, когда тело имеет вырезы, срезы и др., если координаты центра тяжести тела без выреза известны.

Координаты центров тяжести простых геометрических фигур могут быть рассчитаны по формулам, представленным в таблице 1.

Таблица 1- Координаты центра тяжести некоторых однородных тел

№	Наименование фигуры	Рисунок
1	<p><i>Дуга окружности:</i> центр тяжести дуги однородной окружности находится на оси симметрии (координата $y_c=0$).</p> $x_c = OC = R \frac{\sin \alpha}{\alpha}; y_c = 0$ <p>где α – половина центрального угла; R – радиус окружности.</p>	

2	<p>Однородный круговой сектор: центр тяжести расположен на оси симметрии (координата $y_c=0$).</p> $x_c = OC = \frac{2}{3} R \frac{\sin \alpha}{\alpha}; y_c = 0$ <p>где α – половина центрального угла; R – радиус окружности.</p>	
3	<p>Сегмент: центр тяжести расположен на оси симметрии (координата $y_c=0$).</p> $x_c = OC = \frac{2}{3} R \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha - \sin \alpha \cos \alpha}; y_c = 0$ <p>где α – половина центрального угла; R – радиус окружности.</p>	
4	<p>Полукруг:</p> $x_c = OC = \frac{4R}{3\pi}$	

5	<p><i>Треугольник</i>: центр тяжести однородного треугольника находится в точке пересечения его медиан.</p> $x_C = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}; y_C = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3},$ <p>где $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ – координаты вершин треугольника</p>	
6	<p><i>Конус</i>: центр тяжести однородного кругового конуса лежит на его высоте и отстоит на расстояние 1/4 высоты от основания конуса.</p> $y_C = AC = \frac{OA}{4}.$	
7	<p><i>Полусфера</i>: центр тяжести лежит на оси симметрии.</p> $x_C = AC = \frac{3R}{8}.$	

Экспериментальный способ. Центры тяжести неоднородных тел сложной конфигурации можно определять экспериментально: методом подвешивания и взвешивания. Первый способ состоит в том, что тело подвешивается на тросе за различные точки. Направление троса, на котором подвешено тело, будет давать направление силы тяжести. Точка пересечения этих направлений определяет центр тяжести тела.

На тело подвешенное в точке А (рис. 1) действуют две силы: тяжести \bar{P} и реакция \bar{R}_A .

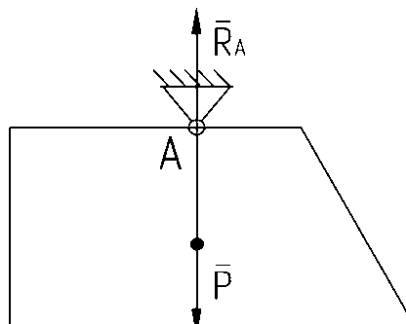


Рисунок 1

Согласно аксиоме они равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны. С помощью отвеса проведем на фигуре линию АВ. Затем подвесим фигуру в точке Д (рис.2) и с помощью отвеса проведем линию ДЕ. Пересечение этих двух линий даст точку С – центр тяжести тела. Координаты точки С можно получить измерив отрезки ОВ и ОД.

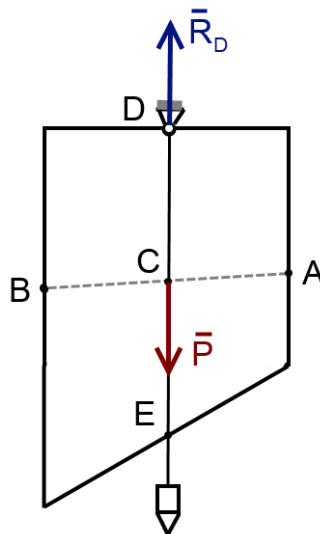


Рисунок 2

Хотя полученные значения x_c и y_c могут иметь некоторые погрешности, данный метод позволяет определить координаты центра тяжести сложной системы тел, что сделать аналитически иногда бывает затруднительно.

Проверим полученные значения координат центра тяжести аналитическим методом. Разобьем плоскую фигуру на простые части – в данном случае прямоугольник и треугольник (рис 3).

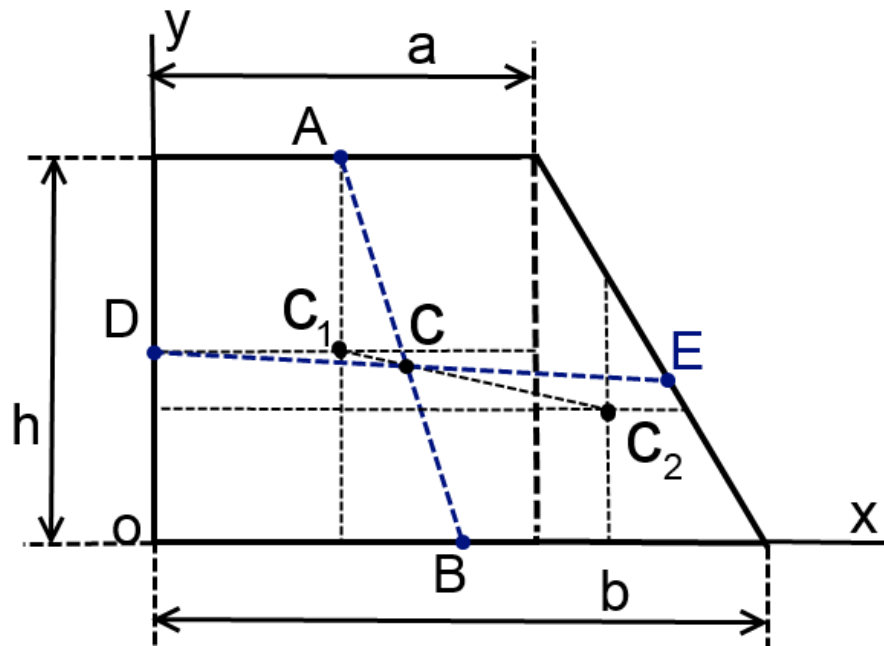


Рисунок 3

Определим координаты центров тяжести каждой фигуры и их площади.

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{a}{2} & x_2 &= a + \frac{b-a}{3}; \\y_1 &= \frac{h}{2} & y_2 &= \frac{h}{3}; \\S_1 &= a \cdot h & S_2 &= \frac{h}{2} \cdot (b-a).\end{aligned}$$

Тогда центр тяжести всей фигуры определяется по формулам:

$$X_c = \frac{x_1 S_1 + x_2 S_2}{S_1 + S_2} \quad Y_c = \frac{y_1 S_1 + y_2 S_2}{S_1 + S_2}.$$

Метод взвешивания состоит в том, что сначала определяется вес тела, например, автомобиля. Затем на весах определяется давление заднего моста автомобиля на опору. Составив уравнение равновесия относительно какой-либо точки, например, оси передних колес, можно вычислить расстояние от этой оси до центра тяжести автомобиля (рис. 4).

$$\sum m_0(\bar{F}_k) = 0; \quad P \cdot x - N \cdot a = 0; \quad x = \frac{N \cdot a}{P}.$$

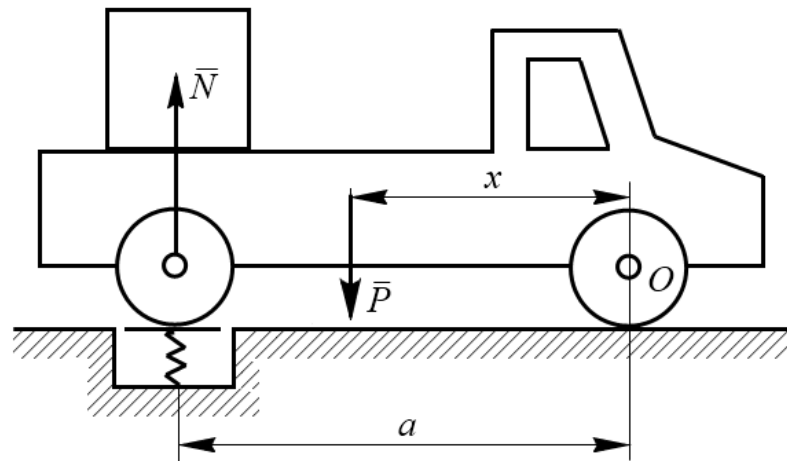


Рисунок 4

Порядок выполнения работы

1. Перечертить плоскую фигуру сложной формы на лист бумаги.
2. Выбрать систему координат так, чтобы они охватывали всю фигуру.
3. Разбить плоскую фигуру на простые элементы, положения центра тяжести которых известны.
4. Определить площадь и координаты центра тяжести каждой простой фигуры относительно выбранной системы координат. Данные записать в таблицу отчета.
5. Вычислить координаты центра тяжести всей фигуры аналитически.
6. Подвесить фигуру сначала в одной точке (отверстии), прочертить карандашом линию, совпадающую с нитью отвеса. То же повторить при подвешивании фигуры в другой точке.
7. Центр тяжести фигуры, найденный аналитическим способом, и центр тяжести, найденный опытным путем, должны совпадать.

ОТЧЕТ о работе должен включать

1. Чертеж выбранной фигуры с указанием площади и координат центра тяжести каждой фигуры, представленные в виде таблицы 2.
2. Расчет определения координат X_c , Y_c центра тяжести всей фигуры по формулам.
3. Значение координат центра тяжести фигуры, найденные при подвешивании фигуры в нескольких точках: $X_c(\text{опытн})$; $Y_c(\text{опытн})$.
4. Заключение о положении центра тяжести при аналитическом и экспериментальном определении.

Таблица 2

Плоская фигура	Площадь фигуры $S \text{ (м}^2\text{)}$	Координаты центров тяжести	
		$X \text{ (м)}$	$Y \text{ (м)}$
Фигура 1	$S_1 =$	$X_1 =$	$Y_1 =$
Фигура 2	$S_2 =$	$X_2 =$	$Y_2 =$

Фигура 3	$S_3 =$	$X_3 =$	$Y_3 =$
.....			
.....			
Вся фигура		$X_c =$	$Y_c =$

Контрольные вопросы

1. Перечислите методы определения центра тяжести сложной фигуры.
2. Как определить координаты центра тяжести треугольника, сектора, дуги окружности?
3. Как определить координаты центра тяжести фигуры с вырезом?

2.3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.

Устный опрос позволяет оценить теоретическую подготовленность и кругозор студента, умение логически построить ответ, владение монологической речью и иные коммуникативные навыки. Опрос – важнейшее средство развития мышления и речи. Он обладает большими возможностями воспитательного воздействия преподавателя. Обучающая функция состоит в выявлении деталей, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными в ходе учебных занятий и при подготовке к зачёту или экзамену.

2.3.1 Вопросы по курсу «Теоретическая механика»

Статика

1. Основные понятия статики: дать определение силы, чем она характеризуется; дать определения: материальной точки, абсолютно твердого тела, системы сил, эквивалентных систем сил, равнодействующей, уравновешенной системы сил. Какие системы сил называются плоскими, сходящимися, параллельными?
2. Дать определение аксиомы, сформулировать аксиомы статики 1-4. Сформулировать и доказать следствие из аксиом о точке приложения силы.
3. Связи и реакции связей: дать определение связей, реакций связей, свободного и несвободного тела. Сформулировать принцип освобожденности от связей. Перечислить основные типы реакций связей и нарисовать их реакции.
4. Теорема о трех силах: сформулировать и доказать теорему.
5. Момент силы относительно точки: дать определение момента силы относительно точки, как определяется плечо силы.
6. Момент силы относительно оси: дать определение момента силы относительно оси. Чему равен момент силы относительно оси если линия действия силы параллельна оси или проходит через ось?
7. Пара сил, момент пары сил: дать определение пары сил, момента пары сил; нарисовать пару сил и момент пары.
8. Сложение двух параллельных сил: сформулировать и доказать теоремы о сложении двух параллельных сил направленных в одну сторону, в противоположные стороны.
9. Теоремы о парах сил: сформулировать теорему об эквивалентности двух пар лежащих в одной плоскости; следствие из теоремы; теорему о переносе пары в параллельную плоскость; теорему о сложении пар лежащих в пересекающихся плоскостях, доказать теорему.
10. Приведение системы пар к простейшему виду, равновесие систем пар: показать к чему приводится система пар, сформулировать условия и уравнения равновесия системы пар.
11. Лемма о параллельном переносе силы: сформулировать и доказать лемму о параллельном переносе силы.
12. Основная теорема статики: дать определение главного вектора и главного момента, сформулировать и доказать основную теорему статики. Вывести зависимость главного момента от центра приведения.

13. Условия и уравнения равновесия: сформулировать условия и уравнения равновесия пространственной системы сил. Какие уравнения равновесия получаются в случае плоской системы сил (3 формы), в случае параллельных и сходящихся сил?
14. Фермы: дать определение фермы, привести условие статической определимости фермы, изложить методы вырезания узлов и метод сечений (Риттера).
15. Теорема Вариньона: сформулировать и доказать теорему Вариньона, сформулировать теорему для плоской системы сил.
16. Трение скольжения: сформулировать законы Кулона. Угол и конус трения: дать определение угла трения, конуса трения.
17. Трение качения: обосновать схему сил для учета трения качения. В каких пределах находится момент трения качения? Чему равен максимальный момент трения качения?
18. Центр параллельных сил, центр тяжести: записать формулу для определения центра параллельных сил, дать определение удельного веса, вывести формулы для координат центра тяжести однородного тела, тонкой пластины, криволинейного стержня.
19. Методы нахождения центров тяжести: пояснить методы симметрии, разбиения, отрицательного веса, привести примеры.
20. Центры тяжести простейших фигур: как определяется центр тяжести треугольника, трапеции; вывести формулы для определения центра тяжести дуги окружности, кругового сектора.
21. Статические инварианты, динамический винт: сформулировать понятие инварианта. Вывести формулы для первого и второго инварианта статики, наименьшего главного момента. Дать определение силового винта, центральной оси системы сил. Вывести уравнение центральной оси.

Кинематика

1. Основные понятия кинематики: дать определение движения и покоя тела, определение траектории точки, какие движения точки называются прямолинейными и криволинейными.
2. Способы задания движения точки: когда движение точки считается заданным, какие способы задания движения точки рассмотрены в данном курсе, охарактеризовать каждый из них.
3. Скорость точки: вывести формулы для скорости при векторном, координатном и естественном способах задания движения точки.
4. Ускорение точки: вывести формулы для ускорения при векторном, координатном и естественном способах задания движения точки; как определяются оси и плоскости у естественного трехгранника.
5. Движение точки по окружности: вывести формулы для скорости и ускорения при движении точки по окружности.
6. Задание движения твердого тела: дать определение задания движения тела; каковы основные задачи кинематики твердого тела; дать определение числа степеней свободы тела.

7. Поступательное движение твердого тела, теорема о скоростях и ускорениях: дать определение поступательного движения тела, сформулировать и доказать теорему о скоростях и ускорениях при поступательном движении тела.
8. Вращение тела вокруг неподвижной оси: дать определение вращательного движения тела вокруг неподвижной оси; каким параметром определяется движение тела; как определяются угловая скорость и угловое ускорение тела; записать формулы для угловой скорости и угла поворота тела в случае когда $\varepsilon = \text{const}$, вывести формулы для скорости и ускорения точки тела вращающегося вокруг неподвижной оси.
9. Плоское движение твердого тела: дать определение плоского движения, каков переход от тела к плоской фигуре; разложения плоского движения на поступательное и вращательное, показать как эти движения зависят от выбора полюса; какими параметрами можно задать положение плоской фигуры?
10. Вывести формулу скорости точки в плоском движении тела. Теорема о проекциях: сформулировать и доказать теорему.
11. Мгновенный центр скоростей, теорема о существовании м.ц.с.: дать определение м.ц.с.; сформулировать и доказать теорему о существовании м.ц.с. Способы нахождения м.ц.с.: изложить 4-е способа нахождения м.ц.с. Дать определение подвижной и неподвижной центроид.
12. Вывести формулу ускорения точки при плоском движении тела. Мгновенный центр ускорений: дать определение мгновенного центра ускорений, доказать существование мгновенного центра ускорений. Как определить направление ускорения любой точки плоской фигуры, зная мгновенный центр ускорений и ускорение одной точки?
13. Сложное движение точки: дать определение сложного, переносного и относительного движений; записать формулу Бура. Сформулировать и доказать теорему о сложении скоростей в сложном движении точки.
14. Сформулировать и доказать теорему о сложении ускорений в сложном движении точки; сформулировать правило Жуковского для нахождения направления ускорения Кориолиса; чему равен модуль ускорения Кориолиса?
15. Сложное движение твердого тела: доказать, какое движение тела получается в результате сложения поступательных движений, сложения движений вокруг пересекающихся осей. Дать определение пары вращений, какое движение совершает тело под действием пары вращений. Показать какие движения совершает тело в результате сложения поступательного и вращательного движений (три случая).

Динамика

1. Законы динамики: сформулировать законы Ньютона 1–4.
2. Дифференциальные уравнения движения точки: вывести дифференциальные уравнения движения в проекции на оси декартовой системы координат и на естественные оси.
3. Первая и вторая задачи динамики точки: сформулировать 1-ю и 2-ю задачи динамики точки и привести пример.

4. Динамика относительного движения точки: вывести уравнение относительного движения.

5. Свойства внутренних сил: сформировать и доказать чему равен главный вектор и главный момент внутренних сил.

6. Теорема об изменении количества движения точки: дать определение количества движения точки; сформировать и доказать теорему в дифференциальном и интегральном виде; дать определение импульса силы.

7. Теорема об изменении количества движения системы: дать определение количества движения системы; вывести формулу для определения количества движения системы через скорость центра масс, сформировать и доказать теорему об изменении количества движения системы в интегральном и дифференциальном виде; сформировать следствия.

8. Вывести дифференциальные уравнения движения механической системы: дать определение центра масс механической системы; сформулировать и доказать теорему о движении центра масс; сформулировать следствие из теоремы.

9. Моменты инерции точки и системы: дать определение момента инерции точки и системы точек относительно центра, оси, плоскости. Сформулировать определение радиуса инерции.

10. Теорема Штейнера: сформулировать и доказать теорему Штейнера о моментах инерции относительно параллельных осей.

11. Моменты инерции простейших тел: вывести формулу для момента инерции стержня относительно оси расположенной в конце и в центре, записать формулы для моментов инерции однородного диска, кольца, обода, пластины.

12. Кинетический момент точки и системы, кинетический момент тела, вращающегося вокруг неподвижной оси: дать определение кинетического момента точки и системы относительно центра; вывести формулу для кинетического момента тела вращающегося вокруг неподвижной оси.

13. Теоремы об изменении кинетического момента точки: сформулировать и вывести теорему, записать проекции векторного уравнения на оси, сформулировать следствие.

14. Дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси: вывести дифференциальное уравнение.

15. Работа силы: дать определение работы постоянной силы на прямолинейном перемещении; вывести формулу для работы силы на криволинейном перемещении. Записать три формы элементарной работы силы, записать выражение для работы силы на конечном перемещении; дать определение мощности силы.

16. Сформулировать теорему о работе внутренних сил твердого тела.

17. Чему равна работа силы тяжести, линейной силы упругости, работы силы, приложенной к телу вращающемуся вокруг неподвижной оси, работа от момента, приложенному к телу.

18. Дать определение кинетической энергии точки и системы, чему равна кинетическая энергия тела при поступательном, вращательном и плоском движениях.

19. Теоремы об изменении кинетической энергии точки и системы: сформулировать и доказать теоремы в дифференциальном и интегральном виде.

20. Дать определение силового поля, потенциальной энергии, эквивалентной поверхности, силовой линии, градиента. Каковы необходимые и достаточные условия потенциальности силового поля?

21. Вывести формулы для потенциальной энергии поля сил тяжести, поля центральных сил, восстанавливающей силы пружины. Получить формулу интеграла энергии.

22. Чему равен момент количества движения системы, участвующей в сложном движении, сформулировать теорему об изменении момента количества относительного движения системы; вывести дифференциальные уравнения плоского движения.

23. Принцип Даламбера: сформулировать и доказать принцип Даламбера для точки и системы. Силы инерции тела при поступательном, вращательном и плоском движениях.

24. Связи, возможные перемещения: дать определение связей – стационарных, удерживающих, голономных, интегральных; как определяются возможные перемещения точки и системы. Сформулировать и доказать принцип возможных перемещений.

25. Сформулировать и вывести общее уравнение динамики.

26. Свободные колебания материальной точки. Свободные колебания при линейно-вязком сопротивлении. Вынужденные колебания. Вынужденные колебания при наличии сопротивления.

Критерии оценки знаний по дисциплине:

Оценка **неудовлетворительно** ставится, если студент не смог продемонстрировать ключевые знания, умения и навыки по данной дисциплине.

Оценка **удовлетворительно** ставится, если студент продемонстрировал ключевые знания, умения и навыки, но не смог продемонстрировать глубокого понимания предмета изучения по большинству разделам дисциплины.

Оценка **хорошо** ставится, если студент продемонстрировал ключевые знания, умения и навыки, продемонстрировал в основном глубокое понимание предмета.

Оценка **отлично** ставится, если студент продемонстрировал ключевые знания, умения и навыки, глубокое всестороннее понимание предмета.

Итоговая сумма баллов	Оценка по 4-бальной шкале	Отметка о зачете	Оценка ECTS	Градация
90-100	хорошо	зачтено	A	отлично
85-89			B	очень хорошо
75-84			C	хорошо
70-74			D	удовлетворительно
65-69	удовлетворительно			

60-64			Е	посредственно
ниже 60	неудовлетворительно	не зачтено	Ф	неудовлетворительно

2.3.2 Распределение типов билетов по элементам знаний, умений и владений.

Содержание билетов	3.1	3.2	3.3	3.4	У.1	У.2	У.3	В.1	В.2
Билет №1	+	+	+	+	+			+	
Билет №2	+		+	+	+			+	
Билет №3	+		+	+	+			+	
Билет №4	+		+	+	+			+	
Билет №5	+		+	+	+			+	
Билет №6	+		+	+	+			+	+
Билет №7	+		+	+	+			+	+
Билет №8	+	+	+	+	+		+	+	+
Билет №9	+		+		+			+	
Билет №10	+	+	+	+	+		+	+	+
Билет №11	+	+	+	+	+			+	+
Билет №12		+	+	+	+	+	+	+	+
Билет №13	+	+			+			+	+
Билет №14	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Билет №15	+	+	+		+			+	
Билет №16	+		+	+	+	+	+	+	
Билет №17	+		+	+	+	+			
Билет №18	+		+	+	+	+		+	
Билет №19	+		+	+	+	+		+	
Билет №20	+		+	+	+	+			+
Билет №21	+		+	+	+	+	+		+
Билет №22	+		+	+	+			+	+
Билет №23	+		+	+		+	+	+	+
Билет №24	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Билет №25	+		+	+	+		+		
Билет №26	+		+	+	+	+			
Билет №27	+	+	+	+	+	+		+	+
Билет №28	+	+	+	+	+	+		+	
Билет №29	+	+	+	+	+		+	+	
Билет №30	+	+	+	+	+	+			